N° d'ordre :

THÈSE

présentée

A L'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE DE GRENOBLE

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

Jean Baptiste LEROUX

TITRE

Étude et réalisation d'une voie spectrométrique pour le cyclotron isochrone de Grenoble permettant une résolution en moment de 10^{-4}.

Soutenue le 27 Mars 1973 devant la Commission d'Examen

JURY

M.M. J. VALENTIN — *Président*

J.M. LOISEAUX
F. RIPOUTEAU
J. THIRION — *Examinateurs*

N° d'ordre :

THÈSE

présentée

A L'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE DE GRENOBLE

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

Jean Baptiste LEROUX

TITRE

Étude et réalisation d'une voie spectrométrique pour le cyclotron isochrone de Grenoble permettant une résolution en moment de 10^{-4}.

Soutenue le 27 Mars 1973 devant la Commission d'Examen

JURY

M.M. J. VALENTIN — *Président*

J.M. LOISEAUX
F. RIPOUTEAU
J. THIRION — *Examinateurs*

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

UNIVERSITE SCIENTIFIQUE
ET MEDICALE DE GRENOBLE

LISTE DES PROFESSEURS

Président : Monsieur Michel SOUTIF
Vice-Président : Monsieur Gabriel CAU

PROFESSEURS TITULAIRES

MM.	ANGLES D'AURIAC Paul	Mécanique des fluides
	ARNAUD Georges	Clinique des maladies infectieuses
	ARNAUD Paul	Chimie
	AUBERT Guy	Physique
	AYANT Yves	Physique approfondie
Mme	BARBIER Marie-Jeanne	Electrochimie
MM.	BARBIER Jean-Claude	Physique expérimentale
	BARBIER Reynold	Géologie appliquée
	BARJON Robert	Physique nucléaire
	BARNOUD Fernand	Biosynthèse de la cellulose
	BARRA Jean-René	Statistiques
	BARRIE Joseph	Clinique chirurgicale
	BENOIT Jean	Radioélectricité
	BERNARD Alain	Mathématiques Purss
	BESSON Jean	Electrochimie
	BEZES Henri	Chirurgie générale
	BLAMBERT Maurice	Mathématiques Pures
	BOLLIET Louis	Informatique (IUT B)
	BONNET Georges	Electrotechnique
	BONNET Jean-Louis	Clinique ophtalmologique
	BONNET-EYMARD Joseph	Pathologie médicale
	BONNIER Etienne	Electrochimie Electrométallurgie
	BOUCHERLE André	Chimie et Toxicologie
	BOUCHEZ Robert	Physique nucléaire
	BOUSSARD Jean-Claude	Mathématiques Appliquées
	BRAVARD Yves	Géographie
	BRISSONNEAU Pierre	Physique du Solide
	BUYLE-BODIN Maurice	Electronique
	CABANAC Jean	Pathologie chirurgicale
	CABANEL Guy	Clinique rhumatologique et hydrologie
	CALAS François	Anatomie
	CARRAZ Gilbert	Biologie animale et pharmacodynamie
	CAU Gabriel	Médecine légale et Toxicologie
	CAUQUIS Georges	Chimie organique
	CHABAUTY Claude	Mathématiques Pures
	CHARACHON Robert	Oto-Rhino-Laryngologie
	CHATEAU Robert	Thérapeutique
	CHENE Marcel	Chimie papetière
	COEUR André	Pharmacie chimique
	CONTAMIN Robert	Clinique gynécologique
	COUDERC Pierre	Anatomie Pathologique
	CRAYA Antoine	Mécanique
Mme	DEBELMAS Anne-Marie	Matière médicale
MM.	DEBELMAS Jacques	Géologie générale
	DEGRANGE Charles	Zoologie
	DESRE Pierre	Métallurgie
	DESSAUX Georges	Physiologie animale
	DODU Jacques	Mécanique appliquée
	DOLIQUE Jean-Michel	Physique des plasmas
	DREYFUS Bernard	Thermodynamique
	DUCROS Pierre	Cristallographie
	DUGOIS Pierre	Clinique de Dermatologie et Syphiligraphie
	FAU René	Clinique neuro-psychiatrique
	FELICI Noël	Electrostatique

MM.	GAGNAIRE Didier	Chimie physique
	GALLISSOT François	Mathématiques Pures
	GALVANI Octave	Mathématiques Pures
	GASTINEL Noël	Analyse numérique
	GEINDRE Michel	Electroradiologie
	GERBER Robert	Mathématiques Pures
	GIRAUD Pierre	Géologie
	KLEIN Joseph	Mathématiques Pures
Mme	KOFLER Lucie	Botanique et Physiologie végétale
MM.	KOSZUL Jean-Louis	Mathématiques Pures
	KRAVTCHENKO Julien	Mécanique
	KUNTZMANN Jean	Mathématiques Appliquées
	LACAZE Albert	Thermodynamique
	LACHARME Jean	Biologie végétale
	LAJZEROWICZ Joseph	Physique
	LATREILLE René	Chirurgie générale
	LATURAZE Jean	Biochimie pharmaceutique
	LAURENT Pierre	Mathématiques Appliquées
	LEDRU Jean	Clinique médicale B
	LLIBOUTRY Louis	Géophysique
	LOUP Jean	Géographie
Mle	LUTZ Elisabeth	Mathématiques Pures
	MALGRANGE Bernard	Mathématiques Pures
	MALINAS Yves	Clinique obstétricale
	MARTIN-NOEL Pierre	Sémélologie médicale
	MASSEPORT Jean	Géographie
	MAZARE Yves	Clinique médicale A
	MICHEL Robert	Minéralogie et Pétrographie
	MOURIQUAND Claude	Histologie
	MOUSSA André	Chimie nucléaire
	NEEL Louis	Physique du Solide
	OZENDA Paul	Botanique
	PAUTHENET René	Electrotechnique
	PAYAN Jean-Jacques	Mathématiques Pures
	PEBAY-PEYROULA Jean-Claude	Physique
	PERRET René	Servomécanismes
	PILLET Emile	Physique Industrielle
	RASSAT André	Chimie systématique
	RENARD Michel	Thermodynamique
	REULOS René	Physique Industrielle
	RINALDI Renaud	Physique
	ROGET Jean	Clinique de pédiatrie et de puériculture
	SANTON Lucien	Mécanique
	SEIGNEURIN Raymond	Microbiologie et Hygiène
	SENGEL Philippe	Zoologie
	SILBERT Robert	Mécanique des fluides
	SOUTIF Michel	Physique générale
	TANCHE Maurice	Physiologie
	TRAYNARD Philippe	Chimie générale
	VAILLAND François	Zoologie
	VALENTIN Jacques	Physique Nucléaire
	VAUQUOIS Bernard	Calcul électronique
Mme	VERAIN Alice	Pharmacie galénique
M.	VERAIN André	Physique
Mme	VEYRET Germaine	Géographie
MM.	VEYRET Paul	Géographie
	VIGNAIS Pierre	Biochimie médicale
	YOCCOZ Jean	Physique nucléaire théorique

PROFESSEURS ASSOCIES

MM.	BULLEMER Bernhard	Physique
	HANO JUN-ICHI	Mathématiques Pures
	STEPHENS Michaël	Mathématiques Appliquées

PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM.	BEAUDOING André	Pédiatrie
Mme	BERTRANDIAS Françoise	Mathématiques Pures
MM.	BERTRANDIAS Jean-Paul	Mathématiques appliquées
	BIAREZ Jean-Pierre	Mécanique
	BONNETAIN Lucien	Chimie minérale
Mme	BONNIER Jane	Chimie générale
MM.	CARLIER Georges	Biologie végétale
	COHEN Joseph	Electrotechnique
	COUMES André	Radioélectricité
	DEPASSEL Roger	Mécanique des Fluides
	DEPORTES Charles	Chimie minérale
	GAUTHIER Yves	Sciences biologiques
	GAVEND Michel	Pharmacologie
	GERMAIN Jean Pierre	Mécanique
	GIDON Paul	Géologie et Minéralogie
	GLENAT René	Chimie organique
	HACQUES Gérard	Calcul numérique
	JANIN Bernard	Géographie
Mme	KAHANE Josette	Physique
MM.	MULLER Jean-Michel	Thérapeutique
	PERRIAUX Jean-Jacques	Géologie et minéralogie
	POULOUJADOFF Michel	Electrotechnique
	REBECQ Jacques	Biologie (CUS)
	REVOL Michel	Urologie
	REYMOND Jean-Charles	Chirurgie générale
	ROBERT André	Chimie papetière
	DE ROUGEMONT Jacques	Neurochirurgie
	SARRAZIN Roger	Anatomie et chirurgie
	SARROT-REYNAULD Jean	Géologie
	SIBILLE Robert	Construction Mécanique
	SIROT Louis	Chirurgie générale
Mme	SOUTIF Jeanne	Physique générale

MAITRES DE CONFERENCES ET MAITRES DE CONFERENCES AGREGES

Mlle	AGNIUS-DELORD Claudine	Physique pharmaceutique
	ALARY Josette	Chimie analytique
MM.	AMBLARD Pierre	Dermatologie
	AMBROISE-THOMAS Pierre	Parasitologie
	ARMAND Yves	Chimie
	BEGUIN Claude	Chimie organique
	BELORIZKY Elie	Physique
	BENZAKEN Claude	Mathématiques Appliquées
	BILLET Jean	Géographie
	BLIMAN Samuel	Electronique (EIE)
	BLOCH Daniel	Electrotechnique
Mme	BOUCHE Liane	Mathématiques (CUS)
MM.	BOUCHET Yves	Anatomie
	BOUVARD Maurice	Mécanique des Fluides

MM.	BRODEAU François	Mathématiques (IUT B)
	BRUGEL Lucien	Energétique
	BUISSON Roger	Physique
	BUTEL Jean	Orthopédie
	CHAMBAZ Edmond	Biochimie médicale
	CHAMPETIER Jean	Anatomie et organogénèse
	CHIAVERINA Jean	Biologie appliquée (EFP)
	CHIBON Pierre	Biologie animale
	COHEN-ADDAD Jean-Pierre	Spectrométrie physique
	COLOMB Maurice	Biochimie médicale
	CONTE René	Physique
	CROUZET Guy	Radiologie
	DURAND Francis	Métallurgie
	DUSSAUD René	Mathématiques (CUS)
Mme	ETERRADOSSI Jacqueline	Physiologie
MM.	FAURE Jacques	Médecine légale
	GAVEND Michel	Pharmacologie
	GENSAC Pierre	Botanique
	GIDON Maurice	Géologie
	GRIFFITHS Michael	Mathématiques Appliquées
	GROULADE Joseph	Biochimie médicale
	HOLLARD Daniel	Hématologie
	HUGONOT Robert	Hygiène et Médecine préventive
	IDELMAN Simon	Physiologie animale
	IVANES Marcel	Electricité
	JALBERT Pierre	Histologie
	JOLY Jean-René	Mathématiques Pures
	JOUBERT Jean-Claude	Physique du Solide
	JULLIEN Pierre	Mathématiques Pures
	KAHANE André	Physique générale
	KUHN Gérard	Physique
Mme	LAJZEROWICZ Jeannine	Physique
MM.	LAJZEROWICZ Joseph	Physique
	LANCIA Roland	Physique atomique
	LE JUNTER Noël	Electronique
	LEROY Philippe	Mathématiques
	LOISEAUX Jean-Marie	Physique Nucléaire
	LONGEQUEUE Jean-Pierre	Physique Nucléaire
	LUU DUC Cuong	Chimie Organique
	MACHE Régis	Physiologie végétale
	MAGNIN Robert	Hygiène et Médecine préventive
	MARECHAL Jean	Mécanique
	MARTIN-BOUYER Michel	Chimie (CUS)
	MAYNARD Roger	Physique du Solide
	MICHOULIER Jean	Physique (I.U.T. "A")
	MICOUD Max	Maladies Infectieuses
	MOREAU René	Hydraulique (INP)
	NEGRE Robert	Mécanique
	PARAMELLE Bernard	Pneumologie
	PECCOUD François	Analyse (IUT B)
	PEFFEN René	Métallurgie
	PELMONT Jean	Physiologie animale
	PERRET Jean	Neurologie
	PERRIN Louis	Pathologie expérimentale
	PFISTER Jean-Claude	Physique du Solide
	PHELIP Xavier	Rhumatologie
Mlle	PIERY Yvette	Biologie animale

MM.	RACHAIL Michel	Médecine Interne
	RACINET Claude	Gynécologie et obstétrique
	RENAUD Maurice	Chimie
	RICHARD Lucien	Botanique
Mme	RINAUDO Marguerite	Chimie macromoléculaire
MM.	ROMIER Guy	Mathématiques (IUT B)
	SHOM Jean Claude	Chimie Générale
	STIEGLITZ Paul	Anesthésiologie
	STOEBNER Pierre	Anatomie pathologique
	VAN CUTSEM Bernard	Mathématiques Appliquées
	VEILLON Gérard	Mathématiques Appliquées (INP)
	VIALON Pierre	Géologie
	VOOG Robert	Médecine Interne
	VROUSSOS Constantin	Radiologie
	ZADWORNY François	Electronique

MAITRES DE CONFERENCES ASSOCIES

MM.	BOUDOURIS Georges	Radioélectricité
	CHEEKE John	Thermodynamique
	GOLDSCHMIDT Hubert	Mathématiques
	SIDNEY STUARD	Mathématiques Pures
	YACOUD Mahmoud	Médecine légale

CHARGES DE FONCTIONS DE MAITRES DE CONFERENCES

Mme	BERIEL Hélène	Physiologie
Mme	RENAUDET Jacqueline	Microbiologie

Fait le 30 Mai 1972

A mes parents

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de l'Institut des Sciences Nucléaires de Grenoble, grâce à une bourse du Commisariat à l'Energie Atomique.

Je tiens à remercier Messieurs M. Chabre et P. Depommier qui m'ont proposé cette étude, ainsi que Monsieur le Professeur J. Yoccoz, qui à cette époque, Directeur de l'Institut, m'a accueilli dans son Laboratoire.

Je remercie Monsieur le Professeur, J. Valentin, qui après le départ de Monsieur le Professeur J. Yoccoz, a bien voulu diriger la suite de cette étude.

Messieurs J. M. Loiseaux, F. Ripouteau et J. Thirion ont accepté d'être membres de ce jury ; je les en remercie.

J'exprime ma vive reconnaissance en vers toutes les personnes qui m'ont aidé de prés ou de loin dans ce travail et notamment Messieurs J. Fermé du Laboratoire du Cyclotron de Grenoble, P. Birien, J. Saudinos, J. Thirion, B. Turck de Saclay ainsi que Messieurs Ph. Leconte et J. Mougey de l'A.L.S.

Ce travail n'aurait pu être mené à bien sans les conseils fructueux de Monsieur F. Ripouteau qui dirige avec compétence le groupe auquel j'ai appartenu durant trois années ; c'est avec regret que je vais quitter ces camarades ; qu'ils soient assurés de ma profonde reconnaissance.

Tous les calculs ont été effectués sur l'I. B. M. de Saint Martin D'Hères ; je remercie à cette occasion Mme A. Longchamp et Monsieur Y. Fouillé de l'aide qu'ils m'ont apportée.

Madame S. Dimitrieff a dessiné les figures, Mademoiselle Lombard et Madame Risk ont dactylographié le texte à partir d'un manuscrit peu lisible, Monsieur Trégi a fait les diapositives et réductions. Que tous trouvent ici l'expression de mon amicale gratitude.

o O o

ETUDE ET REALISATION D'UNE VOIE SPECTROMETRIQUE POUR LE CYCLOTRON ISOCHRONE DE GRENOBLE PERMETTANT UNE RESOLUTION EN MOMENT DE 10^{-4}

RESUME

Pour le cyclotron isochrone de Grenoble, une voie d'analyse a été construite et une voie spectrométrique étudiée. Les quatre constituants de cette dernière, deux sextupoles, un quadrupole et un dipole sont en cours de mesures. Les calculs théoriques ont montré qu'une fonction de résolution inférieure à 0.2 mm sur une bande de 16 % en énergie le long du plan focal peut être atteinte, ce qui correspond à une résolution en moment globale de $1.1\ 10^{-4}$.

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE I - LE CALCUL DU SYSTEME D'ANALYSE

1 - Généralités..... 1
2 - Formulation simple..... 2
3 - Tracés du faisceau pour les voies complètes, au premier ordre..... 6
4 - Etude au deuxième ordre du tronçon commun..... 7
5 - Etude au deuxième ordre de la voie B..... 8
6 - Etude des méthodes de compensations pour la voie B au premier ordre..... 11
6.1. Compensation de l'ouverture du spectromètre..... 15
6.2. Compensation de l'épaisseur de la cible..... 16
6.3. Compensation de l'ouverture du faisceau sur la cible..... 18
6.4. Compensation de la dispersion énergétique du faisceau..... 19
6.5. Résultat après réalisation de toutes les compensations..... 21

CHAPITRE II - LA VOIE SPECTROMETRIQUE

1 - Etude aux premier et deuxième ordres..... 27
1.1. Etude au premier ordre..... 27
1.2. Etude au deuxième ordre.....
1.3. Etude de l'angle solide du spectromètre..... 35

2 - Etude de la voie spectrométrique à l'aide du programme "Orbite"..... 36
2.1. Détermination des cartes de champ..... 36
2.2. Calcul des trajectoires..... 38
3 - Retour à la méthode matricielle à partir "d'Orbite" et calcul de la fonction de résolution..... 41

CHAPITRE III - LES MESURES MAGNETIQUES SUR LES AIMANTS D'ANALYSE

1 - Principe de mesures..... 43
2 - Appareillage de mesures..... 45
3 - Résultats des relevés des cartes de champ..... 46
3.1. Faces virtuelles magnétiques. Loi de champ à l'intérieur de l'aimant..... 46
3.2. Résultats..... 47
3.2.1. Aimant M2 sans correction d'extrémité.. 47
3.2.2. Aimant M2 muni des shims d'extrémité... 49
3.2.3. Aimant M3 sans correction..... 50
3.2.4. Aimant M3 muni des shims d'extrémité... 52
4 - Conclusion..... 52

CHAPITRE IV - LES MESURES MAGNETIQUES SUR LE DIPOLE DU SPECTROMETRE

1 - Introduction..... 53
2 - Principe de mesures..... 53
2.1. La solution générale..... 53
2.2. Détermination d'une grandeur proportionnelle au courant d'alimentation de la sonde..... 54
2.3. Détermination d'une grandeur proportionnelle à la température de la sonde..... 55
3 - Appareillage de mesures..... 58
3.1. Le système permettant de réaliser les pas radiaux de la cartographie de l'aimant..... 58

3.2. Le système permettant de réaliser les pas azimutaux de la cartographie de l'aimant..... 59
3.3. La séquence des mesures et le système d'enregitrement des six grandeurs attachées à chaque point de mesure..... 59
3.3.1. La séquence de mesures..... 59
3.3.2. La méthode d'enregistrement d'une séquence ρ, θ, F, V, u, v..... 60
4 - Résultats..... 62

BIBLIOGRAPHIE

FIGURES

ANNEXE I

ANNEXE II

ANNEXE III

ANNEXE IV

ANNEXE V

o O o

E R R A T A

Page 25 : Première ligne et deuxième colonne, lire 29.79 au lieu de 24.79

Page 54 : Ligne 5, lire ρ à la place de f

Page 60 : Ligne 24 (paragraphe 3.3.2.), lire ρ à la place de f

Page 67 : Conclusion, ligne 18, lire cette dernière à la place de ce dernier

Figure A1-2 : Lire A à la place de Z

Figure A2-3 : Lire C_1 à la place de C_0

INTRODUCTION

Le cyclotron isochrone de l'Institut des Sciences Nucléaires de Grenoble accélère diverses particules chargées et notamment des protons jusqu'à une énergie de 60 MeV. La bande en énergie est de $\pm 4 . 10^{-3}$. On voit donc la nécessité d'un système d'analyse pour spectrométrie fine. A cause de la faible dissipation du septum et en l'absence provisoire de correcteur de gradient, un courant de un microampère arrive au niveau de la première fente d'analyse. L'étude des réactions nucléaires, à haute résolution, doit pouvoir être effectuée avec un minimum de perte d'intensité.

On utilise pour cela un système d'analyse A et un spectromètre S, de telle façon que l'ensemble A + S soit achromatique, au moins en position : il suffit que la dispersion directe de A, au niveau de la cible soit égale à la dispersion inverse de S. La combinaison A + S est un spectromètre à perte, du fait que la position sur le détecteur est directement liée au ΔE du niveau excité considéré.

On nous a proposé de réaliser un tel ensemble, pour le cyclotron de Grenoble, la résolution finale en moment devant être proche de 10^{-4}, valeur correspondant à une incertitude de 12 keV pour des particules de 60 MeV.

CHAPITRE I

LE CALCUL DU SYSTEME D'ANALYSE

1. GENERALITES

Nous supposons que l'émittance de phase monoénergétique à la sortie du cyclotron de Grenoble est donnée par les valeurs suivantes :

Horizontalement
$$x_o = \pm 2.0 \text{ mm}$$
$$x'_o = \pm 8.10^{-3} \text{ rad}$$

Verticalement
$$y_o = \pm 2.5 \text{ mm}$$
$$y'_o = \pm 3.10^{-3} \text{ rad}$$

La bande en moment devant être acceptée par les aimants d'analyse est $\pm 2.10^{-3}$ autour du moment central. Plusieurs conditions nous sont imposées au départ :

- Pour des manipulations de spectroscopie nucléaire, et en vue de l'installation future d'un spectromètre, nous désirons une résolution en moment de 10^{-4}, ceci avec l'utilisation de fentes d'analyse ouvertes au moins à 1 mm, à cause de la diffusion sur le bord des lèvres. La résolution au premier ordre devra donc être atteinte avec des fentes dont l'ouverture est de l'ordre de 1 mm.

- La rigidité magnétique des particules devant être analysées peut atteindre 0.34 GeV/c soit 1.12 Tesla x m. Limiter le champ à 9000 G pour l'analyse revient à prendre des rayons de courbure au moins de 120 cm.

- La présence de certains murs de protection (fig. 1) impose une direction d'émergence du faisceau grossièrement parallèle à la direction d'incidence.

Deux aimants d'analyse déviant en sens inverse sont nécessaires. L'addition des dispersions de ces deux aimants rend obligatoire la présence d'un point de focalisation horizontale dans l'espace libre les séparant. On peut en plus y mettre une fente d'analyse si la résolution désirée est compatible avec celle d'un seul aimant. Ces deux aimants, au moins du point de vue des principales caractéristiques géométriques seraient identiques.

2. FORMULATION SIMPLE

Pour des questions de prix, nous avons étudié seulement la possibilité d'aimants à champ uniforme. Ils ont en plus l'avantage de réaliser un encombrement objet-image plus faible que les aimants à indice 0.5, l'introduction de faces inclinées assurant la focalisation verticale et permettant la contraction du faisceau dès l'entrée. La formulation matricielle due à S. Penner [25] permet d'obtenir toute l'optique d'un aimant tel que celui représenté sur la fig. 2.

Les matrices de passage face à face sont :

$$\begin{vmatrix} \dfrac{\cos(\alpha-\beta_1)}{\cos\beta_1} & \rho\sin\alpha & \rho(1-\cos\alpha) \\ -\dfrac{(1-\operatorname{tg}\beta_1\operatorname{tg}\beta_2)\sin(\alpha-\beta_1-\beta_2)}{\rho\cos(\beta_1+\beta_2)} & \dfrac{\cos(\alpha-\beta_2)}{\cos\beta_2} & \sin\alpha+(1-\cos\alpha)\operatorname{tg}\beta_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

dans le plan horizontal, et

$$\begin{vmatrix} 1-\alpha\operatorname{tg}\beta_1 & \alpha\rho \\ -\dfrac{1}{\rho}(\operatorname{tg}\beta_1+\operatorname{tg}\beta_2)+\dfrac{\alpha}{\rho}\operatorname{tg}\beta_1\operatorname{tg}\beta_2 & 1-\alpha\operatorname{tg}\beta_2 \end{vmatrix}$$

dans le plan vertical où α est l'angle de déviation de l'aimant, ρ son rayon de courbure, β_1 et β_2 les angles d'inclinaison des faces.
La matrice de transfert d'un tel aimant peut s'écrire dans le plan horizontal

$$\begin{vmatrix} M & 0 & D \\ -1/f & 1/M & D' \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

où M et D sont les grandissement et dispersion à l'image. Deux aimants en série avec focalisation intermédiaire auront donc :

$$M = M_1 M_2$$

$$D = M_2 D_1 - D_2$$

(la déviation inverse du 2ème aimant montre que les dispersions s'ajoutent). La résolution en moment au premier ordre (voir annexe I) s'exprime par

$$R = \frac{M s_o}{D} = \frac{s}{D}$$ où s est la largeur de l'image.

Dans le cas d'un seul aimant ($\beta_1 = \beta_2 = 0$) fonctionnant dans le cas symétrique ($M_H = -1$), la résolution en moment devient $s_o/2\rho$. L'obtention d'une résolution de 10^{-4} avec une fente objet de 1 mm impose donc un rayon de 5 m.

L'adjonction d'un deuxième aimant identique permet de diviser par deux, ce rayon. Les impératifs d'encombrement et la nécessité d'une focalisation verticale nous imposent d'incliner les faces. Le cas de deux aimants symétriques ($\beta_1 = \beta_2$) à grandissement égal à -1 donne une résolution de $s/8\rho$ correspondant donc à 10^{-4} pour une fente de 1 mm et un rayon de 125 cm. L'objet est dans ce cas au foyer de la première lentille (1ère face) et le faisceau parallèle, à l'intérieur de l'aimant dans le plan vertical. Le gain en encombrement le long du faisceau par rapport à deux aimants n = 0.5 donnant la même résolution est de 30 %.

Ce système conduit aux résultats suivants :

$$\frac{l_1}{\rho} = \frac{l_2}{\rho} = 1.15 \qquad \beta_1 = \beta_2 = 40° \qquad \alpha = 120°$$

$$\rho = 125 \text{ cm}$$

soit : $l_1 = l_2 = 144$ cm $\qquad R_{(\text{1er ordre})} = 10^{-4}$/mm de fente

L'excursion radiale maximum du faisceau a lieu au milieu du deuxième aimant et est de l'ordre de 10 cm, l'excursion verticale maximum de 3 cm, avec l'émittance de phase citée ci dessus. Malheureusement la distance entre axes qui devait être inférieure à 6 mètres est avec cette solution de l'ordre de :

$$\delta = 2\rho \sin\alpha \left(\text{tg}\frac{\alpha}{2} + \frac{l_2}{\rho} \right) = 6.24 \text{ M}$$

D'autre part les distance objet-image avec l'encombrement permis, sont encore trop grandes. L'application de la formule (16) de l'annexe I nous permet en conservant la résolution constante, par l'adjonction d'un singulet Q2 avant le premier aimant M2 (fig. 3) de garder un encombrement de 5.83 m et de maintenir les aimants de répartition M1 et M4 à leurs positions initiales. La configuration générale est alors celle de la fig. 3 : les aimants en C ont un angle de 120°, un rayon de 122.5 cm. Le champ pour des protons de 60 MeV est de 9.258 KG. Le singulet précédant le premier aimant d'analyse a un diamètre de gorge de 7.5 cm et un champ sur pôle de 3 KG. Il est divergent dans le plan horizontal ce qui permet une augmentation du flux coupé d'une part, une focalisation verticale d'autre part.

Caractéristiques optiques théoriques au ler ordre	M2	M3
déviation magnétique	120°	120°
grandissement	-0.915	-1.292
distance objet horizontale (comptée à partir de l'image virtuelle de F1 dans Q2 pour M2)	1.55 m	1.20 m
distance image horizontale	1.292 m	1.94 m
dispersion (cm/ %)	4.55	6.06
angle d'entrée	40°	45°
angle de sortie	41°.833	41°
excursion maximum horizontale ($\Delta p/p = 0$)	11.5 cm	11.6 cm
excursion maximum verticale	2 cm	2 cm
excursion maximum horizontale ($\Delta p/p = \pm 2.\ 10^{-3}$)	12 cm	12 cm
entrefer de l'aimant	4.2 cm	4.2 cm

La dispersion totale au niveau de la ferte F3 (fig. 3) est de 12 cm/ % . L'obtention d'une résolution de 10^{-4} en moment nécessite en ce point une largeur de fente de 1.2 mm soit une largeur de fente d'entrée de 2.1 mm. Le grandissement de l'ensemble des deux aimants d'analyse est de 1.18.

Caractéristiques optiques théoriques au ler ordre	Q2
distance objet (à partir de F1)	0.61 m
distance image (comptée à partir de sa face de sortie)	0.45 m
grandissement	0.50

Le tracé du faisceau de la source virtuelle du cyclotron à la dernière fente F3 est représenté sur la fig. 4.

3. TRACES DU FAISCEAU POUR LES VOIES COMPLETES, AU 1er ORDRE

Trois voies doivent être déterminées : les voies A,B,C de la fig. 5. Les déviations correspondantes de l'aimant de répartition M4 sont successivement -45°, -22°, 16°.5 .

Une fois que l'analyse est effectuée au niveau de la fente F3, la suite des voies doit être achromatique . Ceci est important surtout pour la voie A où la déviation ajoutée de M4 est importante. Cette nécessité ajoutée à l'obligation de bien centrer la cible dans l'alvéole correspondante impose l'utilisation d'un deuxième aimant à 45° : M5. La voie B est particulière car c'est elle qui acheminera le faisceau sur la cible autour de laquelle tournera le spectromètre. La présence du triplet Q6 (fig. 5) est rendue utile car il permettra l'adaptation des dispersions directe de l'analyse et inverse de la voie spectrométrique, au niveau de la cible.

La compensation de la dispersion énergétique du faisceau issu du cyclotron impose après l'analyse un élément de réglage [2 ,9] qui puisse faire varier la dispersion au niveau de la cible, sans altérer la résolution, en fonction de l'angle de détection du spectromètre et du type de réaction étudiée. C'est le rôle joué par les quadrupoles du triplet Q6. Associés aux éléments du doublet Q5, ils permettent la focalisation verticale sur la cible. Grâce à un point de focalisation intermédiaire, le sens de la dispersion sur la cible est le même que celui en F3. Le sens de rotation du spectromètre est donc imposé. A titre d'exemple, nous fournissons une table montrant les variations des caractéristiques au premier ordre du faisceau de 60 MeV protons, pour différentes excitations des éléments du triplet.

Caractéristiques	Q51	Q52	Q61	Q62	Q63
Rayon de Gorge (cm)	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5
Longueur magnétique (cm	33	33	33	58	33
champ sur pôle (KG)	-2.1	-2.41			

champ sur pôle Q61 (KG)	champ sur pôle Q62 (KG)	champ sur pôle Q63 KG)	Grand. total	Dispersion (cm/%)	Grand. $F_3 \rightarrow$ cible
2.2	- 1.97	2.63	- 0.99	- 24	1.9
1.8	- 1.96	2.91	- 0.67	- 16.2	1.3
1.6	- 1.93	2.99	- 0.58	- 14	1.1
1.2	- 1.87	3.07	- 0.46	- 11	0.9
0.6	- 1.73	3.11	- 0.36	- 8.6	0.7
0.2	- 1.60	3.09	- 0.32	- 7.6	0.6

(Les courbes correspondantes sont représentées en fig. 9 ; M_H est le grandissement horizontal de la fente de nettoyage à la cible).

Les figs. 6,7,8 donnent le cheminement du faisceau à travers ces trois voies, dans les deux plans (elles ont été calculées toutes les trois pour une rigidité magnétique de 0.34 GeV/c).

4. ETUDE AU DEUXIEME ORDRE DU TRONCON COMMUN

Un pouvoir de résolution au deuxième ordre peu différent du pouvoir de résolution au premier ordre impose la correction des principales aberrations. Celles-ci dépendent entre autres de l'émittance du faisceau. Nous avons corrigé les trois aberrations dépendant de θ^2 (ouverture angulaire horizontale du faisceau), de φ^2 (ouverture angulaire verticale du faisceau), de $z\varphi$ (émittance du faisceau dans le plan vertical). Trois paramètres sont donc nécessaires par aimant : les courbures d'entrée et de sortie, l'indice au deuxième ordre du champ. Les résultats du programme "Transport" [7] sont consignés dans le tableau suivant :

Caractéristiques	M2	M3
Courbure d'entrée (m^{-1})	- 1.362	- 1.541
Courbure de sortie (m^{-1})	- 1.741	- 1.398
Indice au 2ème ordre du champ	- 0.668	- 0.668

Le signe négatif de l'indice du champ signifie que pour la répartition radiale du champ, dans la zone pseudoconstante, le champ maximum est atteint sur le rayon moyen de l'aimant. Les aberrations résiduelles à la fente F3, valent alors : (les unités sont le mRad et le cm)

x/x^2	$-5.\ 10^{-3}$	x/z^2	$-9.\ 10^{-3}$
$x/x\theta$	$-1.\ 10^{-3}$	$x/z\varphi$	$2.\ 10^{-4}$
x/θ^2	$4.\ 10^{-7}$	x/φ^2	$-2.\ 10^{-5}$

En se limitant au deuxième ordre pour la méthode matricielle, aucune dégradation de la résolution avec ces paramètres n'est apparente.

5. ETUDE AU DEUXIEME ORDRE DE LA VOIE B

Entre F3 et la cible, la voie doit transporter le faisceau sans perte d'intensité. D'autre part la compensation de la dispersion du faisceau incident au niveau de la cible impose la coïncidence des plans focaux direct de l'analyse et inverse du spectromètre [29]. Ce dernier tourne autour de la cible, son plan focal inverse tourne en même temps, ce qui impose la rotation du plan focal de l'analyse. Les deux aberrations $(x/\theta^2),(x/\varphi^2)$ doivent rester nulles, le système

$$\begin{aligned} aS_1 + a'S_2 + a''S_3 &= 0 \\ bS_1 + b'S_2 + b''S_3 &= 0 \end{aligned} \qquad (1)$$

où les S_1, S_2, S_3 représentent les excitations de trois sextupoles, doit être vérifié. Ce système possède des solutions de la forme $S_1 = kS_3$, $S_2 = k'S_3$. D'autre part l'inclinaison du plan focal est directement liée au calcul du coefficient $T_{126} = (x/x'_0\delta)$ (voir annexe I), qui s'exprime sous la forme :

$$T_{126} = (T_{126})_o + cS_1 + c'S_2 + c''S_3 = (T_{126})_o + k''S_3 \qquad (2)$$

Une inclinaison donnée détermine les trois excitations hexapolaires cherchées. Ces trois sextupoles sont donc nécessaires. Ils ont 46 cm de long, un rayon de gorge de 7.5 cm, et 5 x 320 At maximum (donc un champ sur pôle de 804 G).

Dans l'annexe I, nous signalons que l'on exprime simplement les dérivées des aberrations par rapport aux forces des éléments multipolaires [5]. Dans notre cas nous avons :

$$\frac{d(x/x'^2_o)}{dS_n} = M_x s_x^3$$

$$\frac{d(x/y'^2_o)}{dS_n} = M_x s_x s_y^2$$

$$\frac{d(x/x'_o\delta)}{dS_n} = M_x s_x^2 d_x$$

(M_x est le grandissement évalué à la cible, les autres quantités sont calculées à l'endroit des hexapoles).

Les sextupoles seront disposés aux emplacements où d_x est grand et s_y faible par rapport à s_x. Dans ces conditions et compte tenu des implantations possibles :

- le premier a son axe distant de 60 cm en amont de la face d'entrée magnétique du petit aimant de la voie permettant l'observation à 180°.
- le deuxième a son axe distant de 41.5 cm en aval de la face de sortie magnétique de ce même aimant.
- le troisième est placé de façon équidistante entre les deux premiers éléments du triplet Q6 (fig. 7).

La résolution des équations (1),(2) donne le réglage suivant : dispersion = - 10.6 cm/%, grandissement = - 0.44 à la cible,

$$S_1 = -0.92\ S_2$$
$$S_3 = 1.19 \times 10^{-3}\ S_2$$
$$x/x'_o\delta = 0.187 - 0.356\ S_2$$

S_1, S_2, S_3 sont les intensités des champs sur pôle des sextupoles exprimés en KG. Nous constatons que S_3 n'a pas besoin théoriquement d'être excité. Cela vient du fait que les emplacements des sextupoles 1 et 2 ont été choisis de telle façon que $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$ (voir (1)). Ceci conduit à $S_3 = 0$. Néanmoins S_3 demeure un paramètre de réglage, soit pour corriger les aberrations résiduelles de l'analyse, soit pour permettre la résolution de (1), si $\frac{a}{b} \neq \frac{a'}{b'}$.
La limite maximum en champ des sextupoles donne :

$$-0.1 \leq x/x'_o\delta \leq 0.47,$$ ou si l'on appelle ψ l'inclinaison du plan focal à la cible :

$$-2°.9 \leq \psi \leq 13°.7$$

(La fig. 10 représente la position relative des plans focaux à la cible, sans sextupole, la fig. 11 montre la plage de rotation possible du spectromètre, dans laquelle la coïncidence des deux plans est assurée).

Le spectromètre peut décrire les angles compris entre 0° et 163° du côté positif, et quelques degrés du côté négatif (une rotation de -2° correspond à un angle entre les plans focaux de 2°). Nous présentons dans un tableau, deux possibilités :

ϒ	S_1(KG)	S_2(KG)	S_3(KG)
39°.7	- 0.408	0.445	0
89°	- 0.483	0.526	0

6. ETUDE DES METHODES DE COMPENSATIONS POUR LA VOIE B AU PREMIER ORDRE

L'adaptation des groupes d'analyse et de spectromètrie nécessite quatre groupes de compensations [29] (annexe V) :

1) La compensation de l'ouverture finie du faisceau sur la cible.

2) La compensation de l'ouverture angulaire du faisceau accepté par le spectromètre.

3) La compensation de la bande d'énergie du faisceau incident issu du cyclotron, à l'aide de la variation du grandissement, donc de la dispersion sur la cible, en fonction de l'angle d'observation et de la réaction étudiée.

4) La compensation de l'épaisseur de la cible.

Ceci exige que nous ayons quatre paramètres à notre disposition. Essayons de voir comment se comporte le faisceau dans une étude au premier ordre.

De la sortie du cyclotron à la fente de nettoyage, la matrice équivalente est

$$\begin{vmatrix} x' \\ a' \\ \frac{\Delta p}{p} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} R_{11} & 0 & R_{16} \\ R_{21} & \frac{1}{R_{11}} & R_{26} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ a \\ \frac{\Delta p}{p} \end{vmatrix}$$

puis de la fente de nettoyage à la cible :

$$\begin{vmatrix} x'' \\ \alpha'' \\ \frac{\Delta p}{p} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Gamma_H & \varphi & 0 \\ \gamma & \Gamma'_H & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x' \\ \alpha' \\ \frac{\Delta p}{p} \end{vmatrix} \qquad (3)$$

soit une matrice résultante totale :

$$\begin{vmatrix} x'' \\ \alpha'' \\ \frac{\Delta p}{p} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Gamma_H R_{11} + \varphi R_{21} & \frac{\varphi}{R_{11}} & \Gamma_H R_{16} + \varphi R_{26} \\ \gamma R_{11} + \Gamma'_H R_{21} & \frac{\Gamma'_H}{R_{11}} & \gamma R_{16} + \Gamma'_H R_{26} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ \alpha \\ \frac{\Delta p}{p} \end{vmatrix} \qquad (4)$$

La matrice de transfert de la cible au spectromètre s'exprime par

$$\begin{vmatrix} X' \\ w' \\ \frac{\Delta p'}{p} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{26} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X \\ w \\ \frac{\Delta p'}{p} \end{vmatrix} \qquad (5)$$

Si α et β caractérisent l'inclinaison de la cible, relativement aux directions incidente et d'observation (fig. 12), nous avons

$$X = x'' \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \qquad (6)$$

Dans l'annexe V, nous avons montré que :

$$\frac{\Delta p}{p}' = A\,dQ + B\alpha'' + C\,\frac{\Delta p}{p} + Du + Ey + F \qquad (7)$$

(y est la profondeur à laquelle s'effectue la réaction dans la cible, dQ l'énergie du niveau excité).

L'ensemble des relations (4),(5),(6),(7) peut se mettre schématiquement comme suit :

$$X' = f\left(X, u, \frac{\Delta p}{p}'\right)$$

$$\frac{\Delta p}{p}' = g\left(dQ, \alpha'', \frac{\Delta p}{p}, u, y\right)$$

$$X = h(x'')$$

$$x'' = i\left(x, \alpha, \frac{\Delta p}{p}\right)$$

$$\alpha'' = j\left(x, \alpha, \frac{\Delta p}{p}\right)$$

soit finalement :

$$X' = H\left(dQ, x, \alpha, \frac{\Delta p}{p}, u, y\right)$$

Nous retrouvons les quatre compensations nécessaires, correspondant respectivement à α, $\frac{\Delta p}{p}$, u et y

Après regroupement des termes, X' s'écrit finalement :

$$X' = S_{16}(AdQ + F) + \left[S_{11}\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}(\Gamma_H R_{11} + \varphi R_{21}) + BS_{16}(\gamma R_{11} + \Gamma'_H R_{21})\right]x +$$

$$+ \left[S_{11}\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\frac{\varphi}{R_{11}} + BS_{16}\frac{\Gamma'_H}{R_{11}}\right]\alpha +$$

$$+ \left[S_{11}\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}(\Gamma_H R_{16} + \varphi R_{26}) + BS_{16}(\gamma R_{16} + \Gamma'_H R_{26}) + S_{16}C\right]\frac{\Delta p}{p} +$$

$$+ (S_{12} + S_{16}D)\,u$$

$$+ S_{16}E\,y \qquad (8)$$

En posant

$$U = p_4\left[1 + \frac{W_4}{W_3}\left(1 - \frac{p_1}{p_4}\cos\theta\right)\right]$$

$$V = p_1\left[1 - \frac{W_1}{W_3}\left(1 - \frac{p_4}{p_1}\cos\theta\right)\right]$$

(θ est l'angle d'observation supposé positif)

et en se référant à l'annexe V, les coefficients A,B,C,D,E,F, s'expriment comme suit :

$$A = \frac{W_4}{W_3} \cdot \frac{m_3}{p_4} \cdot \frac{1}{u}$$

$$B = \frac{W_4}{W_3} \cdot \frac{p_1 \sin\theta}{u}$$

$$C = \frac{W_4}{W_1} \cdot \frac{p_1}{p_4} \cdot \frac{V}{u} + \frac{B}{L}\left(\Gamma_H R_{16} + \varphi R_{26}\right)\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$$

$$D = -B$$

$$E = \left[\frac{\partial T_4}{\partial x} - \left(\frac{\partial T_1}{\partial x} \cdot \frac{V}{u} \cdot \frac{p_4}{p_1}\right)\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\right] \cdot \frac{W_4}{p_4^2 c^2 \cos\alpha}$$

$$F = \frac{-W_4}{p_4^2 c^2} \cdot \frac{\partial T_4}{\partial x} \cdot \frac{1}{\cos\alpha} t \qquad (8\text{bis})$$

(t est l'épaisseur de la cible).

Devant réaliser X' = H(dQ,x), les coefficients de α, $\frac{\Delta p}{p}$, u et y doivent être nuls.

6.1. Compensation de l'ouverture du spectromètre

L'annulation du terme fonction de u donne $S_{12} + S_{16} D = 0$. (9)

Supposons que la matrice spectromètre (5) se décompose en deux : une matrice jusqu'à un point de focalisation, un espace libre, tels que :

$$\begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{26} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & LS & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} s_{11} & 0 & s_{16} \\ s_{21} & \frac{1}{s_{11}} & s_{26} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

l'identification nous conduit à :

$$S_{12} = \frac{LS}{\delta_{11}} \qquad S_{16} = \delta_{16} + LS\,\delta_{26}$$

Reportons dans (9), nous obtenons :

$$LS = \frac{-\delta_{16} D}{\delta_{26} D + \frac{1}{\delta_{11}}} \quad (28,29) \qquad (10)$$

Nous voyons donc que nous pouvons assurer cette compensation en déplaçant le détecteur d'une longueur LS à partir du point de focalisation du spectromètre. D'autre part LS est grossièrement proportionnelle à D donc à sin θ (8bis). Suivant le signe de l'angle d'observation, le détecteur est à rapprocher ou à éloigner de l'aimant.

6.2. Compensation de l'épaisseur de la cible

Nous avons montré dans l'annexe V que l'annulation du coefficient E de y dans (8) est possible par inclinaison de la cible :

$$\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = \frac{\cos(\theta-\beta)}{\cos\beta} = \frac{\partial T_4/\partial x}{\frac{\partial T_1}{\partial x} \cdot \frac{V}{u} \cdot \frac{P_4}{P_1}} = K$$

ou $$tg\beta = \frac{K - \cos\theta}{\sin\theta} \quad (9) \qquad (11)$$

β étant choisi de telle façon que l'égalité précédente ne soit pas satisfaite, cherchons la perte de résolution correspondante (9).

D'après (8) :

$$\Delta X' = S_{16} E y = S_{16} y \frac{\partial T_1}{\partial x} \cdot \frac{V}{U} \cdot \frac{P_4}{P_1} \cdot \frac{W_4}{p_4^2 c^2 \cos(\theta-\beta)} \left[K - \frac{\cos(\theta-\beta)}{\cos\beta} \right]$$

posons $$K' = \frac{\cos(\theta-\beta)}{\cos\beta}$$

$$\Delta X' = S_{16} y \cdot \frac{\partial T_1}{\partial x} \cdot \frac{V}{U} \cdot \frac{P_4}{P_1} \cdot \frac{W_4}{p_4^2 c^2 \cos(\theta-\beta)} (K - K')$$

la valeur maximum est atteinte pour y = t (épaisseur de la cible) donc :

$$dT_4 = t \left[\frac{\partial T_1}{\partial x} \cdot \frac{V}{U} \cdot \frac{P_4}{P_1} \cdot \frac{1}{\cos\beta} \right] \left| 1 - \frac{K}{K'} \right|$$

(k représente la valeur de β nécessaire à la compensation
k' " " β effectivement utilisée).

Nous pouvons aussi rechercher l'imprécision dQ, sur le niveau excité, correspondante :

$$dQ = t \left[\frac{\partial T_1}{\partial x} \cdot \frac{V}{P_1} \cdot \frac{W_3}{m_3 c^2} \right] \frac{1}{\cos\beta} \left| 1 - \frac{K}{K'} \right| \qquad (12)$$

6.3. Compensation de l'ouverture du faisceau sur la cible

D'après la relation (8) nous devons avoir :

$$S_{11} \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \frac{\varphi}{R_{11}} + B S_{16} \frac{\Gamma'_H}{R_{11}} = 0$$

- Le terme cos α/cos β a été déterminé par la compensation précédente.
- Nous constatons d'abord que si l'on assurait une focalisation sur la cible ($\varphi = 0$ voir matrice (4)), cette compensation serait impossible à réaliser car dans ce cas Γ'_H est nécessairement différent de zéro.
- S_{16} a été déterminé en portant la valeur de LS donnée par la relation (10) dans l'expression $S_{16} = s_{16} + LS\ s_{26}$

  De la même façon on a $S_{11} = s_{11} + LS\ s_{21}$

  A la différence du spectromètre, nous ne pouvons déplacer la cible. Néanmoins nous pouvons exprimer la matrice (3) comme le résultat du produit d'une matrice de focalisation et d'un espace libre :

$$\begin{vmatrix} \Gamma_H & \varphi \\ \gamma & \Gamma'_H \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & LA \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \gamma' & 0 \\ w' & 1/\gamma' \end{vmatrix} \qquad (13)$$

l'identité nous donne $\Gamma'_H = 1/\gamma' \qquad \varphi = LA/\gamma'$

soit $\varphi = LA.\Gamma'_H$

Si nous revenons à la relation imposée, nous pouvons l'écrire

$$S_{11} \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \frac{\varphi}{\Gamma'_H} + B S_{16} = 0$$

ce qui donne :

$$LA = - \frac{B S_{16}}{S_{11}} \cdot \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} \qquad (14)$$

Si LA est négatif, cela signifie que le point de focalisation est en aval de la cible, en amont dans le cas contraire.

6.4. Compensation de la dispersion énergétique du faisceau

D'après (8) ceci nous conduit à l'annulation du terme suivant :

$$S_{11} \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \left[\Gamma_H R_{16} + \varphi R_{26} \right] + S_{16} B \left[\gamma R_{16} + \Gamma'_H R_{26} \right] + S_{16} C = 0$$

- Les termes S_{11}, S_{16} sont déterminés par la compensation décrite en 6.1.
- Le terme cos α/cos β est connu grâce à la compensation décrite en 6.2.
- Le terme C s'écrit d'autre part

$$C = C_1 + \frac{B}{L} \left(\Gamma_H R_{16} + \varphi R_{26} \right) \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$$

$$C_1 = \frac{W_4}{W_1} \cdot \frac{P_1}{P_4} \cdot \frac{V}{U} \qquad \text{(voir 8 bis et Annexe V)}$$

Si on regroupe les termes nous avons :

$$\left(S_{11} + \frac{B}{L} S_{16}\right) \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \left(\Gamma_H R_{16} + \gamma R_{26}\right) + B S_{16} \left(\gamma R_{16} + \Gamma'_H R_{26}\right) + S_{16} C_1 = 0$$

(L est la distance de la cible à l'ouverture virtuelle du spectromètre).
D'après la compensation 6.3., les quatre inconnues de (3) sont liées par deux relations : le déterminant de la matrice égal à 1, la détermination de la longueur de défocalisation LA(14).
Deux termes restent disponibles comme paramètres.
Supposons φ nul, dans ce cas nous focalisons sur la cible et LA = 0. Γ_H représente le grandissement de la voie B entre la fente de nettoyage et la cible :

$$\Gamma'_H = 1/\Gamma_H$$

La condition du paragraphe 6.3. ne peut plus être réaliséeà moins d'un angle d'observation nul (B = 0).
La condition à réaliser devient alors :

$$\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \Gamma_H R_{16} + \frac{S_{16}}{S_{11}} C_1 = 0$$

ou

$$\Gamma_H = - \frac{S_{16} C_1 \cos\beta}{R_{16} S_{11} \cos\alpha} \qquad (15)$$

On retrouve dans ce cas la formule obtenue par B.L. Cohen [9] ou H. Doubre [11].
On peut d'ailleurs remarquer que le rapport $\frac{S_{16}}{\Gamma_H S_H R_{16}}$ s'il vaut 1,

traduit l'égalité des dispersions directe de l'analyse et inverse du spectromètre. Revenons à la formule générale. La condition s'écrit (voir(13)) :

$$\frac{B S_{16}}{L S_{11}} \left[\Gamma'_H R_{16} + R_{26} \frac{LA}{\gamma'} \right] + \gamma' R_{16} = \frac{-S_{16} C_1 \cos\beta}{S_{11} \cos(\theta - \beta)} \qquad (16)$$

Les deux quantités inconnues sont : Γ_H terme de la matrice au niveau de la cible, en partant de la fente de nettoyage, γ' valeur du grandissement au point de focalisation distant de LA.
Leur détermination peut se faire de la manière suivante :
Etant donnée une distance de focalisation LA, on peut tracer la courbe $\Gamma_H = f(\gamma')$ car tous les autres termes sont connus : en faisant varier les excitations du triplet, pour focaliser toujours au même endroit, on fait varier le grandissement γ' en ce point et on note la valeur correspondante de Γ_H. La valeur du deuxième membre de l'équation (16) permet d'obtenir le résultat cherché.
Les paramètres de réglage sont donc :

- un déplacement : celui du détecteur
- la réalisation d'un angle (orientation de la cible)
- le réglage de trois éléments magnétiques

6.5. Résultat après réalisation de toutes les compensations

D'après l'équation (8), si toutes les compensations précédentes sont réalisées, il reste :

$$X' = S_{16}[A\Delta Q + F] + \left[S_{11} \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} (\Gamma_H R_{11} + \gamma R_{21}) + B S_{16} (\gamma R_{11} + \Gamma'_H R_{21}) \right] x$$

deux termes disparaissent à cause de la compensation de la divergence du faisceau sur la cible et l'on a d'autre part $\Gamma_H = \gamma' + LA.\gamma$ (voir (13)), où γ' représente le grandissement de la fente de nettoyage au point de focalisation distinct de la cible.
La relation se simplifie sous la forme :

$$X' = S_{16}\left[A\,dQ + F'\right] + S_{11}\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\,R_{11}\,\gamma'\,x \qquad (17)$$

- S_{11} est le pseudograndissement du spectromètre.
- γ' est le pseudograndissement de la voie de transport du faisceau entre fente de nettoyage et cible.
- R_{11} est le grandissement de l'analyse.

Nous donnons à titre d'exemple quelques types de réactions.
Les paramètres sont calculés en supposant que l'angle d'observation est positif.
Les angles sont en degrés, les longueurs en cm. Les notations utilisées sont :

T_1 : énergie cinétique de la particule incidente
T_4 : énergie cinétique de la particule émergente étudiée
θ : angle d'observation
β_1 : angle d'inclinaison de la cible pour compenser la dispersion énergétique du faisceau, selon B.L. Cohen [10].
LS : déplacement du détecteur, d'après (10)
β_2 : angle d'inclinaison de la cible. Ce paramètre est nécessaire soit pour compenser l'épaisseur de la cible d'après (11), soit pour réaliser d'après la relation 16 (en négligeant le terme proportionnel à LA), un grandissement de 0.59 si la particule sortante est trop ionisante, ce qui conduit à des inclinaisons irréalisables.
γ'_1 : grandissement nécessaire à la compensation de la dispersion sur la cible d'après (15)
γ'_2 : grandissement à réaliser selon (16) en négligeant le terme proportionnel à LA.
LA : distance de la focalisation après la cible pour compenser l'ouverture du faisceau sur la cible (14)

décal : décalage dû à l'épaisseur de la cible (terme $S_{16} \times F$ de la formule (17))

XO 1 : largeur de la fente objet correspondant à une résolution de 10^{-4}

XF 1 : largeur de l'image sur le détecteur correspondant à une résolution de 10^{-4} quand toutes les compensations sont réalisées d'après la relation (17)

XF 2 : largeur obtenue à la détection lorsqu'on suppose que le grandissement γ'_2 est réalisé sur la cible alors qu'il devait l'être à une distance LA de cette dernière.

DT 4 : incertitude sur l'excitation du niveau, lorsque du fait du fort pouvoir d'ionisation de la particule 4, le grandissement γ'_2 est fixé à 0.59 et que l'angle β ne réalise pas la relation (11). On applique alors la formule (12).

Q = 0 Pic diffusion élastique $^{204}Pb(p,p)^{204}Pb$ $\theta > 0$ - Cible épaisse (200 $\mu g/cm^2$)

T_1 MeV	T_4 MeV	θ°	$\beta°_1$	LS	$\beta°_2$	γ'_1	γ'_2	LA	décal	XO 1	XF 1	XF 2	DT_4 keV
30	29.96	30	15	0.34	15.25	0.855	0.841	2.60	0.011	0.24	0.04	0.075	0
	29.85	60	30	0.59	30.43	0.840	0.816	4.42	0.012	"	"	0.12	0
	29.70	90	45	0.68	45.50	0.830	0.802	5.04	0.015	"	"	0.14	"
60	59.92	30	15	0.35	15.25	0.855	0.840	2.68	0.003	"	"	0.08	"
	59.69	60	30	0.61	30.44	0.839	0.814	4.55	0.004	"	"	0.13	"
	59.39	90	45	0.71	45.50	0.828	0.800	5.19	0.004	"	"	0.15	"

Q = 0 Pic diffusion élastique $^{40}Ca(p,p)^{40}Ca$ $\theta > 0$ cible épaisse (200 $\mu g/cm^2$)

T_1 MeV	T_4 MeV	θ°	β_1	LS	β_2	γ'_1	γ'_2	LA	décal	XO 1	XF 1	XF 2	DT_4 k
	24.79	30	14.98	1.75	16.32	0.795	0.734	12.34	0.018	0.24	0.034	0.38	0
30	29.24	60	29.96	3.04	32.29	0.728	0.640	19.56	0.021	"	"	0.75	0
	28.50	90	44.96	3.52	47.63	0.682	0.590	21.16	0.026	"	"	0.93	~ 0
	59.58	30	14.96	1.81	16.32	0.793	0.730	12.69	0.005	"	"	0.40	0
60	58.46	60	29.92	3.13	32.29	0.724	0.635	20.08	"	"	"	0.78	0
	56.96	90	44.91	3.62	47.37	0.684	0.59	21.88	"	"	"	0.96	~ 0

Q = - 13.48 MeV $^{40}Ca(p,d)^{40}Ca$ $\theta > 0$ cible épaisse (200 $\mu g/cm^2$)

T_1 MeV	T_4 MeV	$\theta°$	$\beta°_1$	LS	$\beta°_2$	Y'_1	Y'_2	LA	décal	XO 1	XF 1	XF 2	DT_4 k
	16.32	30	61.83	3.37	66.15	0.678	0.59	11.21	0.108	0.24	0.060	0.90	2.6
30	15.71	60	56.62	5.88	54.25	0.729	0.59	20.72	0.093	"	"	1.56	3.3
	14.95	90	61.41	6.81	58.47	0.745	0.59	24.19	0.120	"	"	1.81	4.8
	45.91	30	38.62	2.87	49.77	0.67	"	13.38	0.016	"	0.042	0.76	1.1
60	44.52	60	41.60	5.00	41.21	0.71	"	24.68	0.016	"	0.040	1.33	1.6
	42.68	90	51.86	5.80	50.25	0.73	"	28.97	0.020	"	0.040	1.54	2.45

CHAPITRE II

LA VOIE SPECTROMETRIQUE

L'étude de la voie spectrométrique, réalisée au premier ordre avec "Transport" tient compte des conditions suivantes :

- La dispersion inverse de la voie est adaptée à la dispersion de l'analyse.
- La résolution globale de 10^{-4} (en moment) est atteinte pour une fente de 1 mm au moins de largeur horizontale.
- L'image horizontale finale n'aura pas une largeur inférieure à 0.4 mm.
- Le plan focal du système spectrométrique sera sensiblement perpendiculaire à la direction moyenne des particules émergentes.
- L'acceptance du spectromètre devra atteindre quelques millistéradians pour permettre des expériences relativement limitées en temps.

Des conditions imposées par la présence de piliers dans la casemate et la conservation de la voie A, la rigidité maximum des particules à étudier à l'aide du spectromètre (rigidité maximum 0.9 GeV/c) nous ont conduit à adopter un dipôle de rayon moyen 169.5 cm et un angle de déviation magnétique voisin de 100°. Le rayon moyen du chemin de roulement du chassis supportant la voie spectrométrique tournant autour de la cible est de 4.80 m.

1. ETUDE AUX PREMIER ET DEUXIEME ORDRES

1.1. Etude au premier ordre

Cette étude faite pour une rigidité magnétique de 3 T x m (protons de 370 MeV ou tritons de 140 MeV), nous a conduit à ajouter, 1.35 m en amont

de la face d'entrée de l'aimant MS (fig. 13), un quadrupole QS divergent horizontalement (voir annexe I). L'intensité du champ d'induction magnétique dans le dipôle pour la rigidité maximum atteint 17.7 KG.

Caractéristiques magnétiques au premier ordre	MS	QS
Déviation magnétique	105°	
Grandissement	-0.62	0.58
Distance objet (cm)	196	72
Distance Image horizontale (cm)	165	61.7
Diamètre de gorge ou entrefer (cm)	7.5	10
Dispersion directe (cm/%)	3.73	
Inclinaison de la face d'entrée (valeur théorique)	39°.4	
" " de sortie " "	0°	
Excursion maximum horizontale (± 20 mRad)	27 cm	
Excursion maximum verticale (± 28 mRad)	7.5 cm	
Dispersion inverse (au niveau de la cible)	10.39	

Le grandissement de l'ensemble de -0.36 permet une résolution de 10^{-4} au premier ordre pour un objet de 1 mm. L'image sur le détecteur est large de 0.37 mm. Les excursions maxima ont été obtenues avec une acceptance horizontale de 40 mRad et verticale de 56 mRad soit un angle solide de 2.2 millistéradians. Ce système doublement focalisant possède un grandissement vertical de -3.6 (fig. 14 et 15).
Comme pour l'analyseur, le quadrupole QS permet une augmentation de la résolution.

Dans le plan vertical, en conjugaison avec l'inclinaison de la face d'entrée, il permet une focalisation et une convergence du faisceau, l'excursion maximale ayant lieu, à la différence des aimants à indice, sur la face d'entrée de l'aimant.

1.2. Etude au deuxième ordre

La conservation de la résolution au deuxième ordre nécessite la compensation des aberrations en θ^2, φ^2, z^2 et $z\varphi$, aberrations dépendant de l'ouverture angulaire horizontale et de l'émittance verticale du faisceau. Nous devons par ailleurs réaliser une inclinaison du plan focal direct par rapport à la trajectoire moyenne de l'énergie centrale supérieure à 50°. Ces conditions imposent les valeurs suivantes des paramètres :

Courbure d'entrée	- 1.618 m^{-1}
Courbure de sortie	- 1.978 m^{-1}
Indice au 2ème ordre β_o	- 1.017
Champ sur pôle 1er sextupole	- 100 G
Champ sur pôle 2ème sectupole	472 G

Le premier sextupole à cause de la section circulaire du fasceau à cet endroit a peu d'influence [30] (annexe I). Il constitue néanmoins un élément de réglage, soit dans le cas où les valeurs mesurées des courbures sont légèrement différentes de celles de la théorie, soit pour tenir compte des modifications de ces valeurs par la saturation du dipôle.

Les valeurs des éléments du second ordre nous conduisent aux aberrations suivantes : (les unités sont le cm et le mRad)

x/x^2	-5×10^{-3}	x/z^2	$2.5 \cdot 10^{-6}$
$x/x\theta$	-10^{-3}	$x/z\varphi$	$-1.3 \cdot 10^{-7}$
x/θ^2	-3×10^{-7}	x/φ^2	$4 \cdot 10^{-8}$
$x/\theta\delta$	0.501		

L'inclinaison du plan focal direct est de 64°.

Le spectromètre est prévu pour une acceptance en moment de ± 10 %, soit $\frac{P_{max}}{P_{min}} = 1.22$. Nous devons étudier la façon dont évoluent ces propriétés pour des rigidités magnétiques différentes.

1.2.1. : Quand un aimant possède un champ strictement uniforme, pour obtenir les longueurs de focalisation et tous les éléments du premier ordre relatifs à un moment p différent du moment central p_o, il suffit si l'aimant est muni d'une face de sortie courbe :

a) de calculer l'intersection de la face magnétique de sortie avec la trajectoire de moment p. On obtient la pente de la face de sortie en ce point (β), la pente de la trajectoire p relativement à la trajectoire $p_o(\alpha)$ et l'angle total de déviation pour le moment p(Ω). (voir fig. 17)

b) de rentrer toutes ces données géométriques dans un programme comme "Transport" [7] qui déterminera la longueur de focalisation Lp.

Le point de focalisation N aura alors dans l'ancien repère XBY les coordonnées suivantes :

$$X_N = L_p \cos\alpha + X_M$$
$$Y_N = L_p \sin\alpha + Y_M \qquad (1)$$

(X_M, Y_M sont les coordonnées du point d'intersection M déterminées dans le a). Nous obtenons point par point le plan focal d'un tel aimant.

1.2.2. : Supposons maintenant [3] que le champ de l'aimant possède un indice au deuxième ordre β_o. Dans ce cas une trajectoire de moment p voit un champ constamment variable et son rayon n'est plus constant. L'emploi de "Transport" avec la méthode précédente donne des résultats erronés, particulièrement les variations des distances de focalisation vont à l'inverse de l'inclinaison du plan focal déterminée par le terme ($x/x'_o\delta$) (annexe I).

Le champ a pour équation :

$$B = B_o\left[1 + \beta_o \frac{x^2}{r_o^2}\right] \qquad (x = r - r_o)$$

Si la trajectoire centrale de moment p passe pour un certain azimut à une distance radiale X de la trajectoire p_0, autour de ce point le champ s'écrira :

$$B = B_0\left[1+\beta_0\frac{(X+x)^2}{r_0^2}\right] \quad \text{(Fig 18)}$$

ou

$$B = B_0\left[1+\beta_0\frac{X^2}{r_0^2}+2\beta_0\frac{Xx}{r_0^2}+\frac{\beta_0^2}{r_0^2}x^2\right] \qquad (2)$$

posons alors :

$$B_{0,p} = B_0\left[1+\beta_0\frac{X^2}{r_0^2}\right]$$

$$n_p = -\frac{2\beta_0}{r_0}X\cdot\frac{1}{1+\beta_0\frac{X^2}{r_0^2}} \qquad (3)$$

$$\beta_p = \beta_0\cdot\frac{1}{1+\beta_0\frac{X^2}{r_0^2}}$$

(r_0 est le rayon de l'orbite centrale de moment p_0).

Le champ peut alors s'écrire :

$$B = B_{0,p}\left[1-n_p\frac{x}{r_0}+\beta_p\frac{x^2}{r_0^2}\right]$$

Nous constatons que la valeur moyenne du champ a changé. Il est toujours parabolique mais possède maintenant un indice au premier ordre n_p lié à la pente de la parabole en ce point.

Dans une première étape donc, pour un moment p donné, par un passage au premier ordre de "Transport" en découpant le dipôle en un certain nombre de secteurs, nous pouvons déterminer les valeurs des $X(\theta)$ moyens pour chaque secteur.

Nous en déduisons les valeurs moyennes du champ, de l'indice au 1er ordre, au 2ème ordre, supposées constantes à l'intérieur d'un même secteur, par les relations (3).

Pour $\rho = 0.882$ GeV/c ($\frac{\Delta p}{p} = \pm 7$ %) en découpant l'aimant en 10 parties égales de 10°.5, nous avons obtenu les résultats suivants :

X_{moyen} (cm)	n_p	β_p / r_o^2	B_{moyen} (KG)
- 0.028	$- 3.4 \ 10^{-4}$	$- 3.542 \ 10^{-5}$	17.7114
- 0.141	$- 1.7 \ 10^{-3}$	"	"
- 0.362	$- 4.35 \ 10^{-3}$	"	17.7113
- 0.686	$- 8.24 \ 10^{-3}$	"	17.7111
- 1.099	$- 1.32 \ 10^{-2}$	"	17.7110
- 1.590	$- 1.91 \ 10^{-2}$	"	17.710
- 2.142	$- 2.57 \ 10^{-2}$	"	17.709
- 2.734	$- 3.28 \ 10^{-2}$	"	17.707
- 3.350	$- 4.02 \ 10^{-2}$	"	17.704
- 3.969	$- 4.77 \ 10^{-2}$	"	17.702

Nous constatons que si l'indice au 2ème ordre est constant, l'indice au 1er ordre dans les derniers secteurs n'est pas négligeable et que le champ moyen a diminué de 9 Gauss.

A l'aide de ces données, dans une deuxième étape, au premier ordre pour les caractéristiques géométriques, au n^{ie} ordre pour les aberrations chromatiques, nous avons intégré les trajectoires ; secteur par secteur sur l'angle azimutal correspondant à ρ_o. Appelons θ_1 et θ_2 les bornes azimutales d'un secteur, l la longueur de la trajectoire pour l'intervalle considéré, $x_{o\,\theta_1}$, $\theta_{o\,\theta_1}$ les excursions et pente correspondant à θ_1, $x_{o\,\theta_2}$, $\theta_{o\,\theta_2}$ les mêmes quantités en fin d'intervalle, nous avons (5) :

$$K_x r_o = \sqrt{2 \frac{r_o}{\rho} - n_p \frac{r_o^2}{\rho} - 1}$$

$$l = r_0(\theta_2-\theta_1) + \frac{r_0}{(r_0 k_x)^2}(1-P_0/P)\left[\theta_2-\theta_1 - \frac{1}{k_x r_0}\sin(k_x r_0(\theta_2-\theta_1))\right] +$$

$$+ \frac{x_{0\theta_1}}{k_x r_0}\sin(k_x r_0(\theta_2-\theta_1)) + \frac{r_0\theta_{0\theta_1}}{(k_x r_0)^2}\left[1-\cos(k_x r_0(\theta_2-\theta_1))\right]$$

$$x_{0\theta_2} = x_{0\theta_1}\cos(k_x r_0(\theta_2-\theta_1)) + \frac{\theta_{0\theta_1}}{k_x r_0} r_0 \sin(k_x r_0(\theta_2-\theta_1)) +$$

$$+ r_0 \frac{1-P_0/P}{(k_x r_0)^2}\left[1-\cos(k_x r_0(\theta_2-\theta_1))\right]$$

$$\theta_{0\theta_2} = -(k_x r_0)\frac{x_{0\theta_1}}{r_0}\sin(k_x r_0(\theta_2-\theta_1)) + \theta_{0\theta_1}\cos(k_x r_0(\theta_2-\theta_1))$$

$$+ \frac{(1-P_0/P)}{k_x r_0}\sin(k_x r_0(\theta_2-\theta_1))$$

L'obtention de la déviation et de la longueur supplémentaires correspondant à la face de sortie courbe de l'aimant a été faite avec les caractéristiques (champ, rayon) du dernier secteur. Nous avons alors obtenu pour le moment p, avec un rayon concave de 50.54 cm pour la face de sortie :

Inclinaison de la face de sortie au point d'intersection	5°.98
Longueur totale de la trajectoire p dans l'aimant	3.078 m
Déviation totale	106°.13
Inclinaison de la trajectoire p par rapport à la trajectoire p_0	-1°.13

Revenant, dans une troisième étape, au programme "Transport" [7], nous avons pu déterminer les caractéristiques au premier ordre et au deuxième ordre pour le moment envisagé : la longueur de focalisation pour 0.882 GeV/c est de 161 cm et à l'aide des formules (1), nous obtenons une inclinaison du plan focal d'environ 60°.
Nous avons aussi comparé ces résultats avec ceux donnés par un programme de tracé de trajectoire (annexe II) :

Paramètres *	"Orbite" **	"Transport"
L_p (p_o) (cm)	164.8	165.5
X_N	164.8	165.5
Y_N (p_o) (cm)	0.16	0.
L_p (p) (cm)	160.3	161.0
X_M	0.169	0.181
Y_M (p) (cm	-4.133	-4.274
X_N	160.43	161.15
(p) (cm)		
Y_N	-7.419	-7.443
	-1°.171	-1°.128

* : voir formules (1) et fig. 17

** : les calculs avec le programme "orbite" [22] ont été faits avec des faces concaves et des indices au deuxième ordre différents de part et d'autre de la trajectoire centrale p_o mais dont la demi-somme est égale à β_o.

Les valeurs concordent et nous pensons qu'il serait nécessaire, pour l'étude de spectromètres à large bande d'énergie, d'inclure de telles modifications dans la méthode matricielle du programme "Transport" [7].

1.3. Etude de l'angle solide du spectromètre

Nous avons cherché la variation de l'angle solide en fonction du moment étudié le long du plan focal, par un programme au premier ordre qui calcule simplement la partie commune de l'émittance du faisceau à la cible et des acceptances des différents diaphragmes ramenées en ce point. Pour cela nous avons supposé qu'outre les diaphragmes naturels existants, la largeur des pièces polarisés utilisables de l'aimant était limitée à 40 cm. Il était aussi intéressant de chercher la détermination d'un diaphragme permettant d'assurer un angle solide constant dans une certaine plage d'énergie. Ce diaphrage supplémentaire était positionné 15 cm en aval de la face de sortie du deuxième sextupole ; nous avons obtenu les résultats suivants, pour son ouverture dans les deux plans : (20)

Position des lèvres verticales	Position des lèvres horizontales	Bande d'énergie
3.08 cm , - 3.08 cm	6.32 cm , - 6.48 cm	- 2 % à 2 %
3.08 cm , - 3.08 cm	5.16 cm , - 5.67 cm	- 4 % à 4 %
3.06 cm , - 3.06 cm	3.14 cm , - 4.39 cm	- 6 % à 6 %
3.05 cm , - 3.05 cm	1.09 cm , - 2.34 cm	- 8 % à 8 %

L'angle solide est alors constant à mieux que 2 % près.
La variation de l'angle solide en fonction du moment est représenté en fig. 16. Cette étude devra être précisée en utilisant les véritables cartes de champ des éléments de la voie grâce à un programme de tracés de trajectoires plus précis.

2. ETUDE DE LA VOIE SPECTROMETRIQUE A L'AIDE DU PROGRAMME "ORBITE"

2.1. Détermination des cartes de champ

L'étude par un programme de tracé de trajectoires [22], de la voie spectrométrique nécessite l'établissement de cartes de champ théorique, si possible réalistes. Pour les trois éléments qui se trouvent en amont du dipôle, nous avons choisi une loi de la forme [18] :

$$G(z) = \frac{G(0)}{\left[1+\left(\frac{\pi}{4}\cdot\frac{z-z_0}{\frac{L_v}{2}-z_0}\right)^2\right]^2} \qquad (4)$$

G(z) exprime le gradient de champ à une distance z le long de l'axe de l'élément, comptée à partir du milieu de ce dernier, G(o) le gradient constant entre $-z_0$ et $+z_0$; L_v est la longueur magnétique du quadrupole ou du sextupole. Avec cette formule nous avons l'égalité $\int_{z_0}^{\infty} \frac{G(z)}{G(0)}\,dz = \frac{L_v}{2} - z_0$

ce qui assure la conservation de l'intégrale $\int B\,dl$ entre les deux représentations (frontières de champ abrupt ou simulation analytique). La détermination de la composante de champ perpendiculaire au plan médian s'obtient alors :

$B_y(x,0,z) = G(z)x$ pour un quadrupole

$B_y(x,0,z) = G(z)x^2$ pour un sextupole

Dans les calculs effectués, z_0 a été pris égal à la moitié de la longueur mécanique de l'élément.

Pour le dipôle, nous avons choisi l'option "long tail" de H.A. Enge [12], qui propose une loi de champ théorique mesurée perpendiculairement à la face

magnétique d'un aimant sous la forme

$$S = c_0 + c_1 s + c_2 s^2 + c_3 s^3$$

$$B_y (y=0) = \frac{1}{1+e^S} \qquad (5)$$

avec $C_o = 0.531$, $C_1 = 2.341$, $C_2 = - 0.78$, $C_3 = 0.11$

La quantité s, comptée à partir de la surface virtuelle de l'aimant est mesurée le long d'une perpendiculaire à la face magnétique, et normalisée à l'entrefer de l'aimant. Avec cette notation, dans le cas de la face de sortie par exemple, la face mécanique se trouve approximativement à $s = - 0.68$.

Il resterait à concevoir les cartes de champ d'entrée et de sortie du dipôle muni de faces concaves. Nous avons pris l'hypothèse suivante : dans le cas d'une surface convexe, nous supposons que les isochamps sont des cercles concentriques dont le rayon augmente à mesure que l'on s'écarte de la zone constante (fig. 19). Dans le cas d'une surface concave, cette hypothèse conduirait à des lignes d'isoinduction de rayons de plus en plus petits ; aussi si nous appelons u l'abscisse de la tangente T au sommet de la surface virtuelle, dans le repère x o y (fig. 20), pour les points d'abscisse w(J) supérieure à u, nous faisons la construction suivante :

nous prenons le symétrique X_1 de X par rapport à T, déterminons le rayon ΩX_1 (Ω est le centre de la surface virtuelle) que nous reportons en $X\Omega'$. Le champ en X est donné par celui du point A' intersection du cercle de centre Ω' avec la droite T' le long de laquelle le champ est connu par la formule (5), plutôt que par celui du point A si la ligne isoinduction est centrée en Ω. Cette construction permet aux courbures des lignes isochamps de tendre vers zéro à mesure que l'on s'éloigne dans le champ de fuite. Le point O origine de la carte de sortie, pris dans le champ constant et appartenant à la trajectoire centrale de moment p_o est choisi tel que :

$$u = (2 + 0.68)\, D \qquad \text{(D est la hauteur de l'entrefer)}$$

dans notre cas u = 20.100 cm

Le même principe a été appliqué à la face d'entrée. Cette méthode a été vérifiée à postériori lors de la restitution des surfaces virtuelles à l'aide des trajectoires calculées avec des cartes de champ ainsi construites : leur rayon de courbure était conforme à celui de la théorie.

2.2. Calcul des trajectoires

2.2.1. : Si nous calculons les aberrations pour un aimant à faces planes, avec les champs de fuite calculés précédemment, en lançant des trajectoires dans le plan médian de - 20 mRad à 20 mRad, nous voyons que l'aberration dominante est parabolique (fig. 22). Nous déterminons l'inclinaison des surfaces virtuelles de la manière suivante :

A) A l'intérieur du champ constant, soient α la déviation, L la longueur des différentes trajectoires et R leur rayon équivalent défini comme suit :

$$\alpha = \int \frac{dl}{\rho} = \frac{1}{(B\rho)} \int B\,dl$$

(ρ est le rayon de courbure instantané de la trajectoire)

$$R = \frac{B\rho}{\bar{B}} = \frac{B\rho \int dl}{\int B\,dl} = \frac{L}{\alpha} \qquad (6)$$

La frontière virtuelle est définie de telle façon que pour un champ constant égal à $\bar{B}$ et s'annulant brusquement, nous ayons la même déviation totale.

B) A partir d'un point connu par les quantités Ti, β (angle de déviation dans le champ de fuite), XN (fig. 21) fournies par "Orbite" et R grâce à (6), nous déterminons différents points de la surface virtuelle.

Dans le cas envisagé, nous avons obtenu :

Surface entrée : pente 39°.4, rayon infini

Surface sortie : pente nulle, rayon infini

2.2.2. : Pour corriger l'aberration (x/θ^2) nous introduisons les courbures données par "Transport" et des indices au second ordre différents de part et d'autre de la trajectoire centrale de rayon r_o

$$\beta_{oi} = -0.975 \quad (r < r_o)$$

$$\beta_{oe} = -1.054 \quad (r > r_o)$$

(Nous constatons que la demi-somme des valeurs ci-dessus correspond à celle calculée à l'aide du programme "Transport".
La détermination des surfaces virtuelles nous a donné :

Surface d'entrée	rayon : 57.2 cm	("Transport" :	61.8 cm)
	pente : 39°.4	"	39°.4
Surface de sortie	rayon : 48.2 cm	"	50.5 cm
	pente : 0°.1	"	0°.0

Le tracé de l'aberration résiduelle en fonction de l'angle d'incidence nous indique qu'il reste des aberrations du troisième ordre en θ^3 (fig. 22)

2.2.3. : Introduisons un coefficient du troisième ordre [4] du champ, γ_o, de telle façon que dans la partie pseudo-constante, le champ analytique ait la forme :

$$B = B_o\left(1+\beta_o\frac{x^2}{r_o^2}+\gamma_o\frac{x^3}{r_o^3}\right) \quad (x = r-r_o)$$

(Une prédétermination du gradient de l'aberration (x/θ^3) par rapport à γ_o (voir annexe I) nous a permis d'obtenir les valeurs suivantes :

$$\gamma_{oi} = 1.48 \quad (r < r_o)$$

$$\gamma_{oe} = 1.45 \quad (r > r_o)$$

Ces corrections équivalent pour un champ de 10.000 G, à 15 cm du rayon central :

- à une diminution de 80 G par l'indice au 2ème ordre
- à une augmentation de 10 G par l'indice du 3ème ordre

La tache correspondante à un objet ponctuel est alors de 3/100 mm et la contribution apportée par l'angle solide total est inférieure à 0.1 mm (fig. 23). La détermination des surfaces virtuelles a donné pour ce choix des paramètres :

Surface d'entrée	pente	39°.4
	rayon	57.13 cm
Surface de sortie	pente	0°.07
	rayon	48.3 cm

2.2.4. : Il restait à s'assurer que ces corrections ne se détérioraient pas le long du plan focal. La tâche étant de l'ordre de 0.4 mm à ± 4 % (fig. 24), nous avons du ajouter une contribution du 3ème ordre à la courbure de sortie, de telle façon que cette surface ait pour équation :

$$Y_{cm} = 0.0103\ x^2 - 2.0\ 10^{-5}\ x^3$$

La tache d'aberration, avec cette modification, est inférieure à 0.2 mm pour une bande en énergie de 16 % (fig. 24).

Dans cette plage nous avons aussi déterminé :

- Le grandissement linéaire M_H, la dispersion D, la dispersion réduite $\frac{D}{M_H}$, le rapport $\frac{D_1}{M_H}$ ($D_1 = \frac{D}{R}$ où R est le rayon de courbure pour l'énergie considérée) (fig. 25).

  Le "plan" focal est incliné de 63°.5, la distance entre les images 4 %, - 4 %, est égale à 33 cm, la flèche H à 1.8 cm et le rayon de courbure à 75 cm approximativement (fig. 26).

3. RETOUR A LA METHODE MATRICIELLE A PARTIR "D'ORBITE" ET CALCUL DE LA FONCTION DE RESOLUTION

La nécessité de pouvoir simuler les résultats obtenus grâce au tracé des trajectoires, par une méthode plus simple telle que la représentation matricielle, offrant l'avantage de pouvoir traiter un grand nombre de trajectoires sans consommation de temps prohibitive, nous a amené à utiliser le processus suivant [23] :

- A l'aide d'un faisceau de trajectoires données de l'ordre de 100, nous pouvons déterminer par une méthode des moindres carrés les coefficients du premier ordre, les aberrations du second ordre et les coefficients prépondérants relatifs aux ordres supérieurs entre des plans objet et image déterminés.

Un tel tableau est représentatif d'une énergie donnée et on peut penser qu'une bonne connaissance des propriétés de l'aimant le long du plan focal sera obtenue en déterminant ce tableau à des intervalles que seule l'expérience indiquera.

On utilise ensuite 10.000 trajectoires tirées au hasard, dans l'émittance

$x = 0$ $\quad \theta = \pm 20$ mRad

$y = 0$ $\quad \varphi = 28$ mRad

pour déterminer la distance de meilleure focalisation, la largeur de la tâche en ce point, et la fonction de résolution. Pour l'énergie centrale, les résultats comparés 'd'orbite" et de ce programme sont les suivants :

	Distance L de meilleure focalisation *	Erreur sur L	Largeur de la tâche	Elevation du point moyen **
"Orbite"	185.52 cm	0.05 cm	0.01 cm	0.003 cm
Programme de reconstitution matricielle	185.43 cm	0.04 cm	0.01 cm	0.005 cm

* La distance de focalisation est prise par rapport à une origine arbitraire qui est dans ce cas celle de la carte de sortie.

** L'élévation du point moyen représente la distance du centre de gravité de la tache à la trajectoire centrale de l'énergie considérée.

Les coefficients d'aberration pour $\frac{\Delta p}{p} = 0$, obtenus à l'aide de ce programme sont les suivants :

Coefficients	Valeurs (Les unités sont le cm, mRad)
x/o	$- 1.50\ 10^{-3}$
x/θ	$- 1.70\ 10^{-5}$
x/δ	372.4 cm
x/θ^2	$- 2.40\ 10^{-6}$
x/φ^2	$4.8\ 10^{-5}$
$x/\theta\delta$	0.605
x/θ^3	$1.14\ 10^{-6}$
$x/\theta\varphi^2$	$7.55\ 10^{-7}$
$x/\theta^2\delta$	$1.06\ 10^{-3}$
x/θ^4	$- 3.9\ 10^{-9}$
$x/\theta^2\varphi^2$	$- 8.5\ 10^{-8}$
x/φ^4	$- 5.8\ 10^{-9}$
$x/\theta^3\delta$	$- 5.2\ 10^{-4}$
θ/θ	- 2.794

Le terme (x/φ^2) est prépondérant dans la largeur de la tâche d'aberration, suivi par le terme $(x/\theta^2\varphi^2)$. Le grandissement linéaire horizontal est de - 0.36 et l'inclinaison du "plan" focal par rapport à la trajectoire centrale ($\frac{\Delta p}{p} = 0$) de 60°. La fig. 27 représente les fonctions de résolution, le long du "plan" focal, de deux pics distants en énergie de $2\ 10^{-4}$. Nous observons sur chacun de ces pics, une queue du côté des hautes énergies, correspondant au terme $(x/\varphi^2)\varphi^2$. La dispersion le long du plan focal est de 4.2 cm/%.

La distribution verticale est représentée en fig. 28. La focalisation n'y est pas parfaite : nous constatons un étalement de l'image de 4 mm.

CHAPITRE III

LES MESURES MAGNETIQUES SUR LES AIMANTS D'ANALYSE

1. PRINCIPE DE MESURES

Nous avons effectué les mesures de champ magnétique en utilisant les propriétés des sondes à Effet Hall [32] : sous l'effet d'un champ magnétique perpendiculaire à son plan, une lame de semiconducteur parcourue longitudinalement par un courant électrique développe une différence de potentiel entre les bords opposés 3 et 4. (figure 29). La grandeur de cette tension est directement proportionnelle au champ magnétique selon la relation :

$$V_H = \frac{S_H \times i}{d} \times B \qquad (1)$$

S_H : est la constante Hall

i : est le courant d'alimentation

d : est l'épaisseur de la sonde

B : le champ magnétique

Plusieurs caractéristiques de telles sondes sont intéressantes à noter :

- la sensibilité à l'induction en circuit ouvert K, exprimée en volt/(ampère x KG). Dans le cas des sondes FC32 utilisées, nous avons K = 0.13 V/(A x KG) en circuit ouvert.

- la tension résiduelle V_o en champ nul, due à la disposition relative des connections, que l'on peut compenser par une tension en opposition.

- la variation en fonction de la température de la constante hall (coefficient β) et de la résistance interne R_H (coefficient α). Le premier traduit la dépendance de la tension de sortie en fonction de la température Pour les sondes utilisées, nous avons :

$$\beta = -0.06\ \% / °C$$

$$\alpha = 0.2\ \% / °C$$

- le courant I pour ces sondes ne doit pas dépasser 100 mA.

Ces coefficients, β ou la résistance interne R_H , sont fonctions de l'intensité du champ magnétique ; les écarts par rapport à une loi linéaire sont inclus dans une courbe d'étalonnage, pour laquelle la tension V_H est comparée à la fréquence délivrée par un appareillage à résonance nucléaire. L'ajustage des points obtenus à un polynôme ou une méthode d'interpolation à 3 ou 4 points permet alors de retrouver le champ, pour une tension hall connue.

En revanche, les variation des paramètres en fonction de la température doivent être minimisés :

1 - soit par des corrections faites sur les mesures

2 - soit en thermostatant la sonde au 1/10° environ

3 - soit en introduisant une boucle à coefficient de température positif, qui compense la décroissance de la tension de sortie en fonction de la température [33].

Dans le cas de l'analyse, la solution 2 a été réalisée.

Pour la voie spectrométrique, les solutions 1 et 2 ont été conjointement retenues.

L'étude des aimants d'analyse M2 et M3 a été faite avec une sonde enfermée dans un boitier en plexiglass et maintenue à température constante par circulation d'eau.

2. APPAREILLAGE DE MESURES

Les mesures sur les deux aimants d'analyse ont été effectuées à l'aide d'une table qui pouvait fonctionner en coordonnées cartésiennes ou polaires. La sonde se trouvait au bout d'une canne de 2,60 m de long et les mesures étaient faites au vol.

Dans le fonctionnement en xy, les pas de mesures x', y' sont programmés. La perche effectue une série de mesures le long de l'axe X sur une longueur prédéterminée puis revient en X = o pour incrémenter Y de y'. Le repérage en position s'effectue à l'aide de codeurs optiques (marque Codirot, Zürich) roulant sur des glissières et délivrant un nombre d'impulsions proportionnel à la distance parcourue (le montage correspondait à 5 mm pour 100 impulsions).

Dans le fonctionnement $\rho\,\theta$ (utilisé), les cartes étaient faites à rayon constant. L'incrément en azimuth programmé était de 25 impulsions, soit 0,24°.

Dans les deux modes, la séquence XY ($\rho\,\theta$) V_H était enregistrée sur ruban perforé puis dépouillée à la Cab 500 ou au PDP9. La tension V_H était lue sur un voltmétre Tekelec sur la gamme 1V. Une précision de l'ordre de 10 μV semblait raisonnable avec cet appareillage : nous avons obtenu en fait une enveloppe de 20 sur 9000 G soit une précision relative de 2.10^{-4}.

Remarquons que cette imprécision provient du voltmètre et non de la mesure en vol. En effet les gradients de champ atteignent 200 G/cm, la période d'échantillonnage du voltmétre est de 0.1 s et la vitesse tangentielle de la sonde a été choisie égale à 0.015 cm/s. Durant la période d'échantillonnage, la variation du champ n'a pas excédé 0.3 G. Le pas choisi dans les zones de champ de fuite est de 5 mm. Il a été doublé dans la zone de champ uniforme (10 mm).

3. RESULTATS DES RELEVES DES CARTES DE CHAMP

3.1. Faces virtuelles magnétiques - Loi de champ à l'intérieur de l'aimant

Les deux aimants d'analyse sont des aimants en C, avec retour de flux opposé au centre de courbure. L'inclinaison des chanfreins extérieurs était de 40° et 41,8°, l'angle polaire entre ces limites mesurée sur la trajectoire moyenne (rayon 122,5 cm) théorique de 120°. (La figure 30 illustre la section transversale de l'un d'eux).

Comme nous l'avons vu, les cartes étaient parcourues en coordonnées polaires pour déterminer l'angle magnétique équivalent de l'aimant, la position des faces magnétiques virtuelles par rapport aux faces mécaniques, leur pente et leur rayon de courbure. Il suffisait pour cela de calculer l'aire comprise sous la courbe (x, B) où x est l'abscisse azimutale le long de la trajectoire centrale r_o, qui divisée par le champ du plateau B_o nous donnait l'angle équivalent sous la forme : $\Omega = \frac{1}{B_o} \int B\, dx$. Cet angle peut se décomposer en trois parties : une zone de champ pseudo-constant et les deux extrémités. Cette méthode répétée sur les rayons $r_o \pm \Delta r$, $r_o \pm 2\,\Delta r$ ... permet d'obtenir la pente et le rayon de courbure de ces surfaces.

Elle permet de définir dans la zone constante des indices au premier ordre :

$$n = \frac{-r_o}{B_o} \left(\frac{\partial B_z}{\partial r}\right)_{\substack{r = r_o \\ z = 0}}$$

et au second ordre

$$\beta = \frac{1}{2!} \frac{r_o^2}{B_o} \left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial r^2}\right)_{\substack{r = r_o \\ z = 0}}$$

et d'évaluer le terme de translation τ des trajectoires à l'extérieur de l'aimant calculées en tenant compte du champ de fuite, par rapport à celles obtenues avec un champ en créneau. H. A. Enge [12] montre que c'est la seule différence existante pour l'étude dans le plan médian, entre les deux concepts.

3.2. Résultats

3.2.1. Aimant M2 sans correction d'extrémité

La figure 31 représente la variation de l'intensité du champ magnétique B en fonction de la tension hall V. Pour chaque valeur de B, une fois l'alimentation de l'aimant stabilisée, nous enregistrons 50 valeurs de la tension hall et calculons une moyenne arithmétique $\bar{V} = \frac{\Sigma V_i}{50}$ ainsi que la variance $s^2 = \frac{1}{49}\left[\Sigma (V_i - \bar{V})^2\right]$; de façon à pouvoir éliminer les points douteux nous déterminons tous les rapports $\frac{|\bar{V} - V_i|}{s}$ et supprimons ceux supérieurs à 2.99 (1) , étant donné que le seuil de signification a été pris égal à 0.05. A l'aide des points restants, une nouvelle moyenne est calculée. Un polynôme du cinquième ou sixième degré permet alors d'ajuster les points de mesure à mieux que 0.5G près.

Nous avons déterminé les caractéristiques de l'aimant à deux intensités de champ : 9,6 KG et 6,5 KG.

Intensité du champ magnétique	9.6 KG	6.5 KG
Angle mécanique sur le rayon moyen	112.9°	112.9°
Inclinaison de la face mécanique d'entrée	38.2°	38.2°
Inclinaison de la face mécanique de sortie	36.5°	36.5°
Angle magnétique sur le rayon moyen	118.5°	118.6°
Inclinaison de la face magnétique d'entrée	39.5°	39.6°
Inclinaison de la face magnétique de sortie	37.8°	37.8°
Distance angulaire entre les faces mécanique et magnétique à l'entrée	2.76°	2.78°
Distance angulaire entre les faces mécanique et magnétique à la sortie	2.76°	2.79°

Toutes les mesures angulaires ont été faites à 0.2° près environ. L'angle du coin formé par les faces mécanique et magnétique est de 1.1° à l'entrée et de 1.5° à la sortie. Un exemple de variation de l'intensité du champ à l'entrée et à la sortie du secteur est porté en figures 32 et 33.

Sur la figure 34, est représentée la courbe B = f(I) de M2. (I intensité de l'alimentation de l'aimant).

Le rayon de courbure mesuré des faces magnétiques est de 190 ± 10 CM, (Les faces mécaniques sont livrées planes), en bon accord avec la formule empirique de H.A. Enge [13] :

$$C = \frac{1}{R_m + 0.8\ D} + \frac{0.7\ D}{W^2}$$

W est la largeur des pôles
D est la hauteur de l'entrefer
R_m est le rayon de courbure des faces mécaniques
C est la courbure de la face magnétique correspondante

qui conduit à un rayon de 210 cm

Sur l'axe de symétrie de l'aimant, nous avons déterminé la variation radiale du champ magnétique (figure 35). Pour 9.6 KG, le résultat des mesures pouvait s'exprimer à l'aide d'une courbe du second degré :

$$\frac{B - B_o}{B_o} = -2.2 \times 10^{-5} - 1.18 \times 10^{-4} (r - r_o) - 5.33 \times 10^{-6} (r - r_o)^2$$

tandis qu'à 6.5 KG, la courbe ajustée avait l'expression suivante :

$$\frac{B - B_o}{B_o} = -5 \times 10^{-5} - 1.07 \times 10^{-4} (r - r_o) - 3.34 \times 10^{-6} (r - r_o)^2$$

(B_o est le champ sur le rayon central r_o , $\Delta r = r - r_o$ est en cm)

L'aimant a un indice de 1.3×10^{-2}. A l'aide de calculs de trajectoires effectués avec "Orbite" et sous conditions que nous réalisions les pentes et rayons de courbure du chapitre I, la compensation de l'aberration en x/θ^2 nécessite la création d'un indice au second ordre de - 0.69 pour $r < r_o$ et - 0.65 pour $r > r_o$, ainsi que la suppression de l'indice au premier ordre. La détermination des plaques correctrices a été effectuée selon la méthode exposée en Annexe IV. D'épaisseur 0.6 mm, nous choisissons d'en mettre 8 (4 paires), réparties uniformément sur les pièces polaires : (Leur largeur angulaire sur r_o est de 7.1° (figure 36). Aucune mesure n'a été effectuée, une fois les shims posés, car leur collage ne donnait pas toutes les garanties de sécurité pour la sonde hall. Il a d'ailleurs fallu installer des vérins aux extrémités de ces plaques, avant de positionner la chambre à vide dans l'aimant, de façon à assurer leur immobilité lors de la montée en champ.

3.2.2. Aimant M2 muni des shims d'extrémité

La trop faible valeur de l'angle de déviation jointe à la différence trop grande entre les inclinaisons des faces théoriques et mesurées nous a conduit à allonger les pôles par des shims d'extrémité. La forme de ces plaques a été déterminée par approximation successive. Elles étaient fixées sur les chanfreins d'extrémité (dans l'espace laissé libre par les bobines) et avaient la forme de coin de façon à accroître les angles des nouvelles faces mécaniques, qui dans une première étape étaient toujours planes. Pour des shims, ayant les caractéristiques suivantes :

Caractéristiques des shims	Entrée	Sortie
Largeur angulaire sur le rayon moyen	0.77°	1°
Angle du coin	0.46°	4.60°

les nouvelles mesures ont donné les résultats suivants :

Intensité du champ magnétique	9.6 KG
Angle mécanique sur le rayon moyen	114.7°
Inclinaison de la face mécanique d'entrée	39.4°
Inclinaison de la face mécanique de sortie	42.1°
Angle magnétique équivalent	119.9°
Inclinaison de la face magnétique d'entrée	40.1°
Inclinaison de la face magnétique de sortie	41.4°

Nous avons aussi effectué des mesures de champ àl'entrée et à la sortie, perpendiculairement aux faces mécaniques réalisées. Le terme de translation τ est de 2.7 mm pour l'entrée et 3.7 mm à la sortie. La distance de la face magnétique à la face mécanique, mesurée perpendiculairement à cette dernière est de 1.02 fois l'entrefer.

Dans une deuxième étape, nous avons du réaliser des rayons de courbure mécaniques créant les courbures magnétiques désirées.

Du fait du retour de flux dissymétrique de M2 (et de M3), la réalisation d'un rayon magnétique constant nous a conduit à usiner des rayons mécaniques différents de part et d'autre du rayon central r_o. Nous avons obtenu à l'entrée un rayon magnétique de 56 cm, pour des rayons mécaniques de 23 cm ($r < r_o$) et 36 cm ($r > r_o$). De même à la sortie, la plaque d'extrémité munie d'un rayon de 20 cm ($r < r_o$) et 32 cm ($r > r_o$) donne un rayon magnétique de 51 cm. Néanmoins la détermination de ces courbures a été rendue extrêmement imprécise du fait de la forte inclinaison des faces. Nous pensons qu'une étude nouvelle devrait se faire en mesurant les zones d'entrée et de sortie suivant un maillage cartésien dont l'un des axes serait perpendiculaire à la face considérée.

3.2.3. Aimant M3 sans correction

De la même façon que pour l'aimant M2, nous avons déterminé les propriétés mécaniques et magnétiques du deuxième aimant, que nous rassemblons dans le tableau suivant :

Intensité du champ magnétique	9.6 KG	6.5 KG
Angle mécanique sur le rayon moyen	112.6°	112.6°
Inclinaison de la face mécanique d'entrée	40.8°	40.8°
Inclinaison de la face mécanique de sortie	37.0°	37.0°
Angle magnétique sur le rayon moyen	118.2°	118.2°
Inclinaison de la face magnétique d'entrée	41.9°	42.1°
Inclinaison de la magnétique de sortie	39.0°	38.9°
Distance angulaire entre les faces mécanique et magnétique en entrée	2.5°	2.6°
Distance angulaire entre les faces mécanique et magnétique en sortie	2.9°	3.0°

A titre d'exemple, sur la figure 37, nous avons représenté la courbe $B = f(I)$ (voir annexe III).

Nous avons mesuré la variation radiale du champ aux deux intensités (figure 38), :

À 9.6 KG nous avons obtenu :

$$\frac{B - B_o}{B_o} = - 6.5 \times 10^{-6} - 8.91 \times 10^{-5} (r - r_o) - 5.5 \times 10^{-6} (r - r_o)^2$$

tandis qu'à 6.5 KG :

$$\frac{B - B_o}{B_o} = - 4.3 \times 10^{-5} - 9.47 \times 10^{-5} (r - r_o) - 8.9 \times 10^{-7} (r - r_o)^2$$

La nécessité de réaliser un indice du second ordre de $- 0.70$ $(r < r_o)$, et de $- 0.65$ $(r > r_o)$ et d'annuler un indice au premier ordre de 1.1×10^{-2} nous a amené à fixer, uniformément dans l'entrefer de l'aimant, des plaques semblables à celles de l'aimant M2.

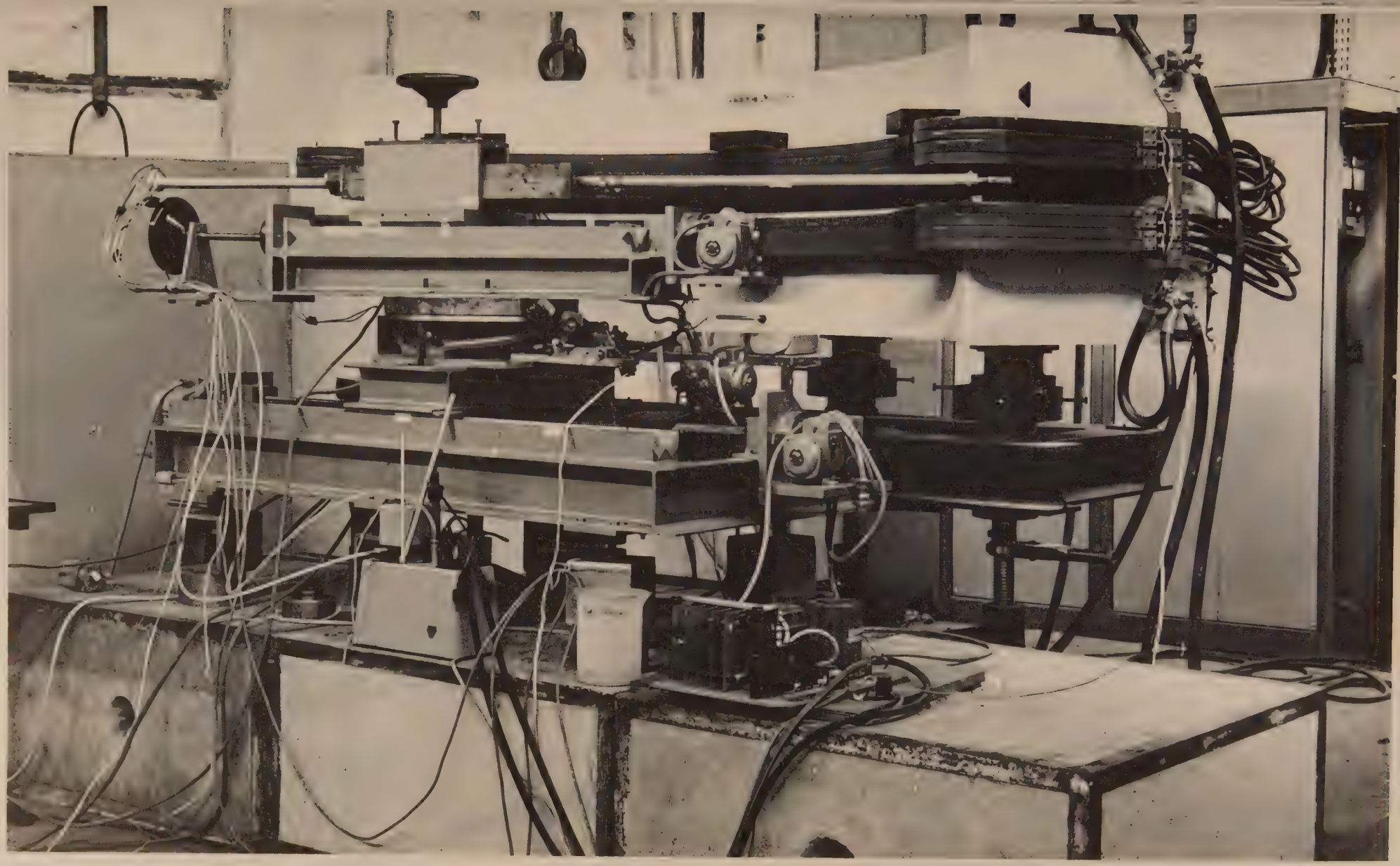
3.2.4. Aimant M3 muni des shims d'extrémité

Des shims d'extrémités ont été disposés aux extrémités des blocs polaires de l'aimant de façon à réaliser un angle magnétique proche de 120° et des inclinaisons de faces virtuelles en accord avec les valeurs théoriques.

Aucune tentative n'a été faite pour obtenir les rayons de courbure désirés de ces faces.

4 - CONCLUSION

Comme nous l'avons vu, pour pouvoir effectuer des mesures précises des rayons de courbure des faces magnétiques, une nouvelle campagne de mesures doit être entreprise, avec l'appareillage utilisé en coordonnées cartésiennes. C'est à cette condition que les aimants d'analyse pourront remplir leur rôle et ne pas introduire d'aberrations importantes qui seraient préjudiciables à l'obtention d'une bonne résolution finale.



CHAPITRE IV

LES MESURES MAGNETIQUES SUR LE DIPÔLE DU SPECTROMETRE

1. INTRODUCTION

De même que pour les éléments d'analyse, nous avons établi une cartographie en coordonnées polaires à plusieurs intensités (de 200 à 700 A), de façon à pouvoir déterminer avec précision pour chacune d'elles, l'angle magnétique de l'aimant, la position des surfaces virtuelles, leur pente et leur rayon de courbure, les caractéristiques du champ pseudo-uniforme (dont on tiendra compte, avec les éléments au premier ordre précédemment cités, dans le calcul des plaques (annexe IV) destinées à réaliser un indice de champ au second ordre précalculé), enfin les variations de ces différents paramètres en fonction de la saturation.

2. PRINCIPE DE MESURES

2.1. La solution générale

Une sonde FC 32 (chapitre III) préalablement vieillie a été utilisée pour mesurer le champ magnétique suivant le plan médian de l'aimant. La tension induite à ses bornes sous l'effet d'un champ perpendiculaire à son plan était affichée aux bornes d'un voltmètre numérique, TE 315, Société TEKELEC, sur la gamme 0.1 V, ce dernier permettant aussi de connaitre, par commutation, comme on le verra ultérieurement, une grandeur directement proportionnelle au courant d'alimentation de la sonde. La température de cette dernière est maintenue constante à 0.05° près à l'aide d'un boucle de chauffage dont l'apport de calories est proportionnel à l'écart de température entre la sonde et une température de référence. Celle ci était choisie supérieure à la plus grande des températures ambiantes, soit 45°C. Le dipôle et le système de mesures était sous une tente

en plastique artifice permettant de limiter les variations de la température ambiante à deux degrés.

Pour tenir compte des fluctuations éventuelles de l'alimentation du dipôle (intensité I), de celle de la sonde Hall (intensité i), de la température T, ces trois grandeurs associées à la séquence classique f, θ, V_{Hall} étaient enregistrées [14]. Dans le cas d'une courbe d'étalonnage, comme dans celui de l'établissement d'une carte de champ, nous normalisons la tension hall V_n correspondant à un point quelconque du maillage et associée aux valeurs I_n, i_n, T_n aux trois grandeurs correspondantes I_o, i_o, T_o de la première mesure. La tension hall finalement calculée (et qui sera utilisée pour la restitution du champ par interpolation) se présente sous la forme :

$$V'_n = V_n \cdot \frac{I_o}{I_n} \cdot \frac{i_o}{i_n} \cdot \left[1 + 6\ 10^{-4} \left(T_n - T_o \right) \right] \qquad (1)$$

(la mesure de I a été remplacée par celle de la fréquence délivrée par un appareil à résonance nucléaire et le rapport utilisé était $\frac{F_o}{F_n}$ plutôt que $\frac{I_o}{I_n}$).

Les enregistrements de F et i pendant la durée d'établissement d'une carte (six heures), montrant que I est stable à $1.5\ 10^{-5}$ près et que i ne varie pas de plus de $1.8\ 10^{-5}$.

2.2. Détermination d'une grandeur proportionnelle au courant d'alimentation de la sonde (fig. 39)

Nous mesurons la tension v aux bornes d'une résistance R à très haute stabilité (VISHAY, 10 Ω, $\frac{\Delta R}{R} \leq 3.\ 10^{-6}/°c$). Cette résistance a été ajustée de façon à ce que la tension v affichée sur le voltmètre Tekelec, soit du même ordre de grandeur que la tension hall correspondant à un champ de 14 KG. La caractéristique fondamentale de la sonde, soit son courant d'alimentation i, a été elle même réglée pour que la tension délivrée pour l'intensité de champ la plus grande ne dépasse pas 100 mV (nous obtenions 0.094 V pour la zone de champ uniforme de la carte à 680 A). La sonde Hall fonctionne

dans les conditions suivantes :

i : 30 mA

résistance R équivalente : 2 Ω

sensibilité : 5 μV/G

(le dernier digit du voltmètre correspond à 0.2 G).
Nous obtenions d'après (1), en ne considérant que les fluctuations sur i :

$$V'_n = V_n \cdot \frac{v_o}{v_n}$$ (v_o est la valeur de v au premier point du maillage)

soit $$\frac{dV'_n}{V'_n} = \frac{dV_n}{V_n} - \frac{dv_n}{v_n}$$

Les deux quantités V_n et v_n dont les mesures par le même voltmètre ne sont séparées dans le temps que de 2 secondes, étant du même ordre de grandeur, on constate que l'on obtient une compensation de ce type d'erreur.

2.3. Détermination d'une grandeur proportionnelle à la température de la sonde (fig. 39)

Il s'agissait non seulement de pouvoir faire une mesure absolue de la température de la sonde mais aussi de créer une grandeur accessible, directement proportionnelle aux variations de cette température.

Une résistance au platine S_r, placée contre le boîtier de la sonde réalise la première condition tandis que son incorporation dans une des branches d'un pont de Wheastone satisfait la seconde.

On peut en effet montrer que :

$$u = \frac{V}{1 + \frac{R_1}{R_2}} \cdot \frac{1}{S_r + R} \left[S_r - \frac{R_1}{R_2} \cdot R \right] \qquad (2)$$

(le facteur $\frac{R_1}{R_2}$ est fixé et valait pour le pond de Wheastone utilisé 0.1).

A l'équilibre du pont, u = o, et la résistance au platine S_{r_o} est égale à $\frac{R_1}{R_2} R_o$ (ce qui permet à l'aide de la table fournie par le constructeur de la sonde de déterminer la température T_o).

En modifiant la température de $\Delta T = T - T_o$ par un moyen quelconque, il apparait une tension Δu, telle que :

$$\frac{\Delta u}{\Delta S_r} = \frac{R_o V}{(R_o + S_{r_o})^2}$$

La valeur de $S_r = S_{r_o} + \Delta S_r$ déterminée à nouveau par l'équilibre du pont permet de connaître la température T).

Avec la sonde au platine utilisée, nous avions :

$$S_r = S_{r_o} + c(T - T_o) \qquad c = 0.39\,\Omega/°C$$

donc

$$\frac{\Delta u}{\Delta T} = \frac{V R_o}{(R_o + S_{r_o})^2} \cdot c = K$$

A $45°_C$, la résistance de la sonde au platine, est égale à 117.5 Ω; nous pouvons donc calculer la valeur de K :

$$K = 274\,\mu V/°C \quad \left(\frac{\Delta u}{\Delta S_r} = 703\,\mu V/\Omega \right)$$

(pour un pont de Wheastone alimenté sous un volt).

Lors de l'établissement d'une carte, le pont de Wheastone est initialement déséquilibré, pour que la tension u reste positive, quelles que soient les fluctuations de la température de la sonde en cours de mesures. Soient S_r, R les valeurs des résistances en début de carte : la

tension u_o pour le premier point sera :

$$u_o = \frac{V}{1+\frac{R_1}{R_2}} \cdot \frac{1}{S_r+R} \left[S_r - \frac{R_1}{R_2} R \right]$$

Si à un instant t, la température a varié de ΔT, la résistance au platine est devenue égale à S'_r et la tension u à :

$$u = \frac{V}{1+\frac{R_1}{R_2}} \cdot \frac{1}{S'_r+R} \left[S'_r - \frac{R_1}{R_2} R \right]$$

soit en supposant que $S'_r \simeq S_r$

$$\Delta u = u - u_o = \frac{V.R}{(S_r+R)^2} \Delta S_r$$

ou $$\frac{\Delta u}{\Delta T} = \frac{V.R}{(S_r+R)^2} \cdot C$$

A condition de prendre toujours la même valeur de R pour créer le déséquilibre initial, la relation générale (1) permettant d'obtenir la tension hall en éliminant de façon linéaire les différentes fluctuations se modifie ainsi :

$$V'_n = V_n \cdot \frac{F_o}{F_n} \cdot \frac{v_o}{v_n} \left[1 + \frac{6.10^{-4}}{\frac{\Delta u}{\Delta T}} (u-u_o) \right]$$

3. APPAREILLAGE DE MESURES

3.1. Le système permettant de réaliser les pas radiaux de la cartographie de l'aimant

Nous avons décidé de faire une exploration radiale de 20 cm de part et d'autre du rayon de la trajectoire centrale (169.5 cm), par pas de 20 mm, soient 21 points de mesure. Le syatème de Saclay, c'est à dire le déplacement du chariot porte sonde à partir d'une vis guidant un doigt solidaire du chariot [14], a été adopté. Du fait de l'obligation de placer le moteur d'entrainement de la vis à l'extérieur de la zone de mesures, la liaison mécanique doit être effectuée par flexible amagnétique.

Les mesures de champ étaient faites, la sonde immobile, pour éviter l'imprécision inhérente aux mesures en vol, et pour assurer la reproductibilité des rayons de chaque point de mesure.

La came permettant un mouvement pas à pas, à partir d'un entrainement continu se composait de 21 demi gorges cylindriques raccordées entre elles par des rampes à pas variable, de manière à assurer le guidage du doigt d'entrainement sans à coup. (Fig. 40 bis).

Si nous appelons y le déplacement du doigt et θ l'angle de rotation de la vis, nous avons choisi la loi :

$$y_{mm} = 10\,(1-\cos\theta)$$

(une rotation de 180° permettait un déplacement de 20 mm, la demi gorge cylindrique suivante assurant l'immobilité du doit durant la mesure (fig. 40).

Cette came, en makrolon, a été réalisée à l'atelier de l'Institut des Sciences Nucléaires de Grenoble, par MM. R. Bailleux et M. Giroud. Nous les en remercions.

3.2. Le système permettant de réaliser les pas azimutaux de la cartographie de l'aimant

Le cadre porte sonde était solidaire d'une roue de mesure (35) de 3.7 m de diamètre extérieur, composée de trois parties : une partie triangulaire et deux arcs de cercles de 150° et 135°. L'ensemble tournant autour d'un axe défini par deux bras solidaires de la culasse de l'aimant, grâce à des roulettes fixées sur le cadre glissait sur des rampes en bronze existant dans l'entrefer et prévues à cet effet. La nécessité d'avoir un tel support dans les zones de champ de fuite nous a amené à positionner des pièces rapportées prolongeant les rampes. La roue était entrainée par un motoréducteur avec électrofrein. Ce dernier était débrayé pour pouvoir ramener la roue, en fin de carte, à sa position origine. Celle-ci était repérée grâce à une mire optique fixée sur le bord extérieur d'un plateau. Sur la piste intérieure de ce dernier, roulait la tête d'un codeur optique permettant de déterminer le déplacement azimutal. Les parties de cet ensemble, immobiles dans l'entrefer lors d'une mesure, étaient faites en AG 3, tandis que toutes celles animées d'un mouvement de rotation (engrenages) étaient en Delrin.

3.3. La séquence des mesures et le système d'enregistrement des six grandeurs attachées à un point de mesure

3.3.1. La séquence de mesures

Les mesures ont été faites à azimut constant et rayon variable. M. Ribes et B. Turck (27, 28) ont souligné l'importance qu'il y avait à réaliser une carte de champ selon ce procédé, plutôt que par celui classique des mesures à rayon constant et azimut variable, du fait :

- de la dérive des appareils de mesure : en effet le $\Delta \int Bdl$ entre deux trajectoires est affecté par le temps correspondant à un trajet radial alors que dans l'autre cas, intervient celui pour l'angle total de l'aimant.
- de l'erreur azimutale aléatoire : dans la méthode choisie, cette erreur est la même pour chaque rayon polaire et correspond à la précision de mesure des différents azimuts. Dans une carte établie sur des cercles parallèles au

faisceau, au contraire, à l'erreur précédente s'ajoute l'erreur aléatoire intervenant dans la réalisation d'azimuts identiques pour chaque rayon polaire. Si cette dernière était importante, cette méthode aboutirait à un maillage tel que les différentes mesures radiales ne seraient pas faites à même azimut.

Les azimuts sont déterminés à l'aide d'un codeur optique du même type que ceux utilisés sur la table xy et délivrant 2033 impulsions par degré. Le pas azimutal est environ de 1400 impulsions (0.7°). Chaque carte de l'aimant comportait 204 pas de mesures avec une erreur totale de 200 impulsions (soit une erreur moyenne de 0.014 mm le long de la trajectoire centrale par azimut).

Du fait du temps d'intégration du préamplificateur associé au voltmètre, sa charge se faisait sur la demi gorge cylindrique quand la tension hall était mesurée, tandis qu'elle s'effectuait sur la rampe suivante de la came, lorsque la tension v, image du courant de la sonde, était aux bornes du voltmètre (fig. 40). Une séquence de mesures (s'effectuant toujours dans le même sens des petits vers les grands rayons) pour un point de la cartographie dure 4 secondes soit 84 secondes pour une mesure azimutale complète. Le retour de la sonde se fait 4 fois plus rapidement, ce qui conduit à 5.5 heures pour une carte de champ. Néanmoins, deux parcours radiaux, pour un azimut donné, sont quelquefois nécessaires lorsqu'une (ou plusieurs) des six grandeurs est transmise de façon incorrecte au PDP 15. La durée moyenne d'une carte (4300 points) est de l'ordre de 6 heures.

3.3.2. La méthode d'enregistrement d'une séquence f, θ, F, V_{Hall}, u, v

Les enregistrements des six valeurs relatives à chaque point de mesure sont effectués à l'aide du PDP 15 et d'interfaces CAMAC.

Sur le bus du PDP, deux registres, l'un d'entrée, l'autre de sortie, sont composés chacun de 18 bits ayant les fonctions suivantes :

- un bit de signe
- cinq bits permettant par l'intermédiaire du controleur d'adresser le tiroir désiré du CAMAC. Par mesure de sécurité, ces mêmes cinq bits, après passage dans le CAMAC sont envoyés sur l'emplacement correspondant du registre d'entrée et lus par le PDP.

- deux bits de commande :
  - la position 00 correspond à l'envoi d'un ordre (démarrage d'un moteur par exemple).
  - la position 01 (10) correspond à la commande de la lecture des poids faibles (forts) d'une grandeur spécifiée par l'adresse du tiroir (tension hall délivrée par le voltmètre).
  - la position 11 permet l'envoi d'une donnée (pas azimutal). Du fait que pour le registre de sortie, le bit de signe est inutilisé, il sert en position 0(1) à transmettre les poids faibles (forts) de cette donnée.
- les dix derniers bits contiennent pour le registre d'entrée la valeur de la grandeur mesurée, tandis que pour le registre de sortie, ils sont assignés à l'ordre envoyé par le PDP où à la valeur de la donnée.

Au niveau du controleur, une conversion BCD binaire est effectuée. Le PDP restitue la mesure en multipliant par 1000 les poids forts de cette dernière et en ajoutant les poids faibles. Pour permettre le dialogue avec l'appareillage de mesure, une ligne d'interception signale au calculateur qu'il doit effectuer l'opération suivante.

L'ensemble des données relatives à un azimut était enregistré sur bande magnétique, par blocs de 126 enregistrements.

Nous remercions Mme. D. Barrancourt, MM. G. Barbier, D. Bouteloup, M. Tournier pour la réalisation et la mise au point de cet ensemble.

A partir de cette bande, exploitée sur l'IBM 360/67 de Saint Martin d'Hères, en tenant compte de la courbe d'étalonnage, toutes les caractéristiques au premier ordre (angle de l'aimant, indice au premier ordre, pente des faces), et au second ordre (indice au 2ème ordre, courbures) étaient déterminées. Les valeurs des intensités de champ en tout point du maillage étaient en même temps mises sur cartes prêtes à être injectées dans un programme de tracé de trajectoires.

4. RESULTATS

Le dipôle du spectromètre possède un angle mécanique entre chanfreins extérieurs de 105°, des faces inclinées à 40° (entrée) et 0° (sortie), et des rayons de courbure respectifs de 58 cm et 45 cm. Nous présentons en fig. 41 une coupe de la section transversale de l'aimant, tandis que ses principales caractéristiques mécaniques et électriques sont citées en annexe III.

A l'aide de l'appareillage de mesures, une courbe d'étalonnage et huit cartes de champ à des intensités différentes, ont été faites. Nous montrons en fig. 42 un exemple de variation de l'intensité du champ à l'entrée, en fonction de la position azimutale de la sonde, en fig. 43 la courbe B = f(I)du dipôle, tandis que les caractéristiques magnétiques principales de l'aimant sont groupées dans les tableaux A et B suivants :

I_A	$\overline{B_o}$ Tesla	α_1 degré	R_1 cm	α_2 degré	R_2 cm	n ($\times 10^2$)	β	Ω degré
680	1.7972	43.1	92 ± 15	0.61	43.3 ± 0.2	0.58 ± 0.08	- 0.254 ±0.02	106.04
627	1.6987	43.0	91 ± 14	0.59	43.6 ± 0.2	0.48 ± 0.06	- 0.202 ±0.01	105.95
581	1.5989	43.2	89 ± 13	0.75	43.6 ± 0.2	0.40 ± 0.02	- 0.124 ±0.005	105.97
520	1.4495	42.9	88 ± 12	0.57	43.8 ± 0.2	0.18 ± 0.06	- 0.024 ±0.01	105.81
464	1.2950	43.0	87 ± 12	0.58	43.8 ± 0.2	0.12 ± 0.05	0.01 ±0.01	105.85
409	1.1477	43.3	88 ± 12	0.76	43.7 ± 0.2	0.09 ± 0.02	0.020 ±0.003	105.97
355	0.9982	43.3	88 ± 12	0.77	43.6 ± 0.3	0.06 ± 0.06	0.020 ±0.01	106.00
222	0.6462	43.1	88 ± 12	0.75	44.1 ± 0.2	0.05 ± 0.02	0.032 ±0.005	105.71

TABLEAU B

I_A	γ_1 (degrés)	γ_2 (degrés)
680	0.84	0.20
627	0.80	0.15
581	0.83	0.14
520	0.83	0.
464	0.82	0.02
409	0.84	0.13
355	0.83	0.17
222	0.74	- 0.03

- I est l'intensité de l'alimentation du dipôle.
- B_o est le champ moyen, pour le plateau, sur le rayon central.
- α_1, R_1, (α_2,R_2) sont la pente et le rayon de courbure de la face d'entrée (de sortie).
- n et β sont les indices de champ.
- Ω est l'angle magnétique du dipôle mesuré sur le rayon central.
- $\gamma_1(\gamma_2)$ représente l'angle entre les faces mécanique et magnétique d'entrée (de sortie).

A titre d'exemple, nous portons en fig. 44 la variation radiale $\frac{B - B_o}{B_o}$ pour trois intensités : 355, 520 et 627 Ampères.

Nous constatons que le comportement de l'aimant peut se diviser en trois plages d'intensités sur lesquelles le dipôle possède :

- jusqu'à 410 Ampères, une zône où le champ est uniforme à mieux que 10^{-4} sur 24 cm d'extension radiale (avec pour les intensités les plus basses un indice au second ordre β de 0.03).
- de 410 à 520 Ampères, une zône caractérisée par la prépondérance de l'indice n au premier ordre. La quantité $\frac{\bar{B}}{B_o} - (1-n\frac{r}{r_o})$ reste inférieure à 10^{-4}

pour une étendue radiale de 28 cm répartie symétriquement par rapport au rayon central.

- pour les intensités supérieures à 520 Ampères, une zône où l'indice β crée les variations de champ les plus importantes (un indice n existe et correspond à la pente à l'origine de la courbe $\frac{B}{B_0} - 1$. Le décalage de l'axe de la parabole est de 1.9 cm du côté des faibles rayons pour l'intensité 680 A). La quantité

$$\frac{B}{B_0} - \left(1 - n\frac{\Delta r}{r_0} + \beta\frac{\Delta r^2}{r_0^2}\right)$$

reste inférieure à 10^{-4} sur une plage radiale symétrique de 20 cm.

La fig. 45 illustre les variations des indices n et β en fonction de l'intensité du champ du dipôle.

5. CONCLUSION

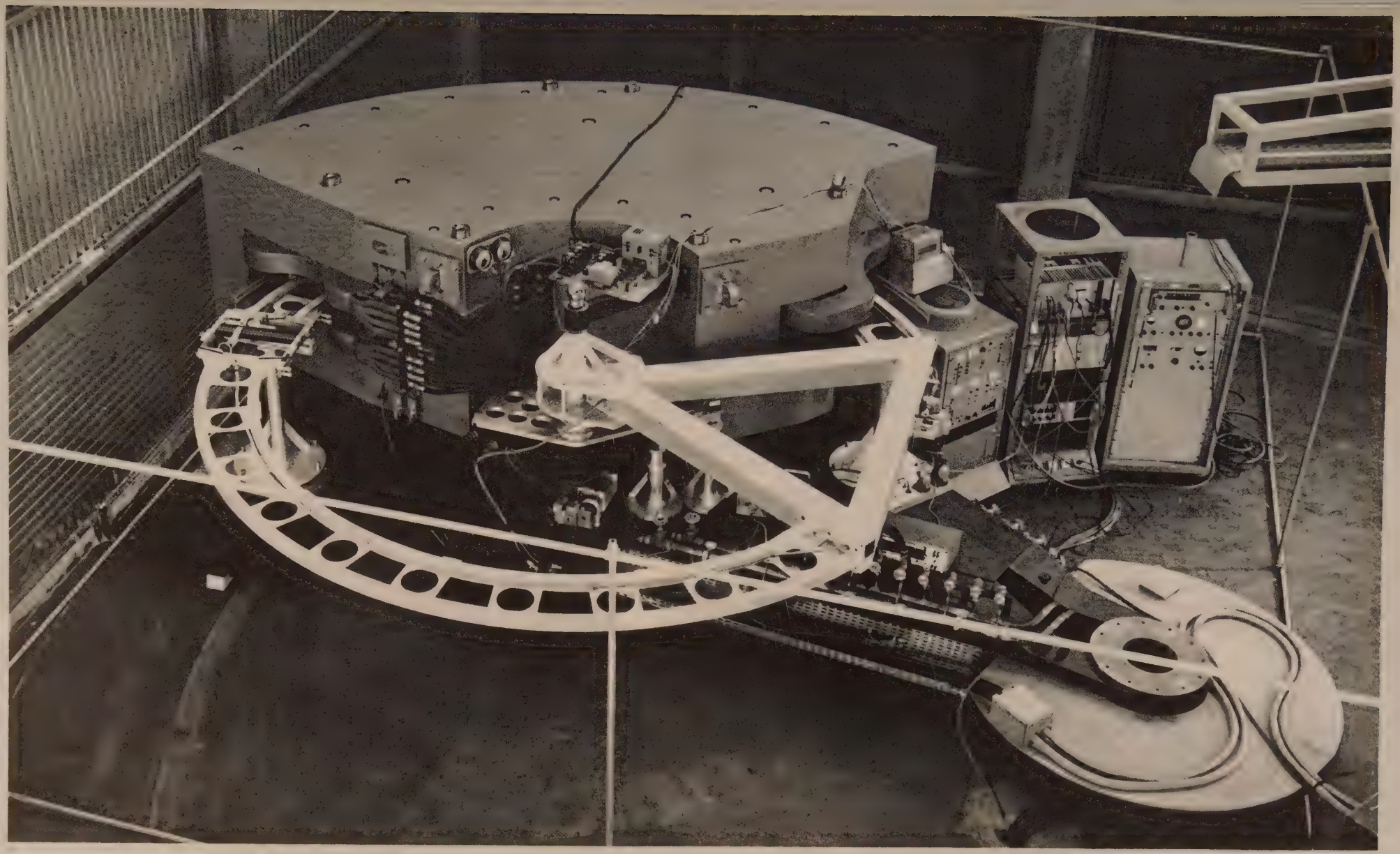
A la différence des aimants d'analyse, les éléments au premier ordre n'ont pas besoin d'être ajustés à des valeurs précises, mais simplement proches des valeurs théoriques.

Néanmoins leur connaissance est nécessaire pour déterminer dans un premier temps à l'aide du programme "Transport" les écarts des grandeurs au premier ordre (distances de focalisation, grandissement), par rapport à celles précalculées et les nouvelles corrections au second ordre nécessaires à l'élimination des aberrations.

Dans un second stade, en utilisant l'ensemble des cartes de champ de la voie spectrométrique, (M. Roux a effectué la cartographie à différentes intensités des deux sextupôles et du quadrupôle précédant le dipôle), ces corrections seront précisées à l'aide "d'orbite"et la détermination des plaques correctrices entreprise (annexe IV).

Nous constatons, comme pour les aimants M2 et M3 que les mesures du rayon de courbure et de la pente de la face d'entrée très inclinée sont imprécises. Des modifications sur la table xy permettant l'établissement d'une cartographie cartésienne à l'entrée du dipôle sont en cours de réalisation.

D'autre part la variation des indices de l'aimant en fonction de l'intensité du champ nous conduit à penser qu'il est nécessaire, si l'on veut utiliser le spectromètre dans toute la gamme des rigidités magnétiques prévue avec la même résolution, de prévoir des shims électriques permettant de modifier de façon continue la pente et le rayon de courbure des plaques.



DESSUS
DESSUS

CONCLUSION

Les calculs ont montré, que si les compensations cinématiques de la voie B sont réalisées, l'ensemble est capable d'une résolution en moment proche de 10^{-4}. Les mesures sur le spectromètre nous indiquent que cette résolution pourra être maintenue jusqu'à une rigidité magnétique de 2.4 T.m (protons de 200 MeV) tandis qu'elle ne pourra être conservée pour les rigidités supérieures qu'en positionnant des shims électriques dans le dipole.

Nous avons vu que la longueur du plan focal pour une bande en énergie de 32 % est de l'ordre de 80 cm. Du fait qu'un $\frac{\Delta E}{E}$ de 5.10^{-4} correspond à 1 mm le long du plan focal, une résolution de 3.10^{-4} impose une résolution spatiale proche de 0.5 mm. Dès maintenant A. Gabriel[34] a mis au point un détecteur proportionnel, à fil résistif, permettant une résolution spatiale de 0.4 mm. La tache sur la cible ayant une hauteur de l'ordre de 6 mm et le dipole ayant un grandissement voisin de 4, on peut prévoir que le détecteur devra être sensible sur environ 2.5 cm.

Deux détecteurs semblables seront disposés à proximité de la surface focale. Ils permettent de déterminer l'intersection d'une trajectoire quelconque avec ce dernier. Si chacun d'eux peut fournir les informations X et Y, nous en déduisons le vecteur de sortie $V_s(x, y, \theta, \varphi)$ en un plan donné. Cette connaissance, dans le cas d'aberrations résiduelles faibles, peut aider à améliorer la résolution finale de l'appareillage.

REFERENCES

(1) S. AIVAZIAN - Etude statistique des dépendances. Editions de Moscou (1970)

(2) O. BEER, M. GENDROT, P. LOMD, J. SAUDINOS et G. VALOIS - Note CEA-N-621, p. 117

(3) P. BIRIEN - Communication personnelle

(4) P. BOUNIN - NIM 94 (1971) p. 73

(5) K.L. BROWN - SLAC Pub 762 (juin 1970)

(6) K. L. BROWN - SLAC 75 (Révision 2, Août 71)

(7) K.L. BROWN et S. K. HOWRY - SLAC 91 (TRANSPORT/360 : a computer program for designing charged particle beam transport systems, juillet 1970).

(8) H. BRUCK - Accelerateurs circulaires de particules (Bibliothèque des sciences et techniques nucléaires, 1966)

(9) B. L. COHEN - RSI, Vol. 30, n° 6, p. 415 (juin 1959)

(10) B.L. COHEN - RSI, Vol. 33, n° 1, p. 85 (janvier 1962)

(11) H. DOUBRE et C. RUHLA - Note Orsay 67E - 04 (projet de faisceau achromatique au synchrocyclotron d'Orsay)

(12) H. A. ENGE - RSI, Vol. 35, n° 3, p. 278 (Mars 1964)

(13) H. A. ENGE - (Focusing of charged particles, edited by Albert Septier (1967), Volume II : p. 203)

(14) G. EVEILLARD, M. CUEVE, C. LAUNORA, B. TURCK - SEDAF/70-04 - SPECTRO/02 - Spectrométrie 1 GeV (Janvier 1970)

(15) J. FERME - Rapport Interne n° 1:1972

(16) J. FERME - Rapport Interne n° 3/1972

(17) D. GARETTA - Communication personnelle

(18) P. W. HAWKES - Quadrupoles in electron lens design - AP - (1970)

(19) R. E. MINTZ, F. B. SELPH, W. S. FLOOD, B. G. HARVEY, F. G. RESMINI et E. A. Mc CLATCHIE - UCRL 18383 (Août 1968)

(20) N. M. KING et P. W. SIMPSON - RHEL/R 103 (Ipso Facto : a program for calculating beam acceptance)

(21) Ph. LECONTE et J. MOUGEY - Note CEA-N-844, p. 165

(22) Ph. LECONTE et J. MOUGEY - D.Ph - N/M/ 69-1 (Orbite : Un programme de tracé de trajectoires de particules chargées dans un champ magnétique).

(23) Ph. LECONTE et J. MOUGEY - Communication personnelle

(24) A. F. MALOV, V. A. MYNDALEV et E. P. FEDANEEV - Instrument and Experimental Techniques n° 2 (Mars - Avril 1969), p. 428

(25) S. PENNER - RSI, Vol. 32, n° 2, p. 150 (février 1961)

(26) M. RIBES et B. TURCK - NIM 82 (1970) p. 131

(27) M. RIBES et B. TURCK - NIM 93 (1971) p. 285

(28) J. E. SPENCER et H. A. ENGE - NIM 49 (1967) p. 181

(29) J. THIRION, P. BIRIEN, J. SAUDINOS - Note CEA-N-1248

(30) H. WOLLNICK - Isotope Separator Conference - Marburg (1970)

(31) H. WOLLNICK - NIM 103 (1972) p. 479

(32) SIEMENS - Semi conductor Manual 1970/1971

(33) T. S. DAHLSTROM, H. A. HOWE, W. M. MALLET et W. E. SMITH - USN RDL TR 559 (Avril 1962)

(34) A. GABRIEL et Y. DUPONT - RSI, vol. 43, N° 11, p. 1600 (nov. 1972)

(35) Groupe Spectromètre : Rapport Interne ISN n° 2/1973

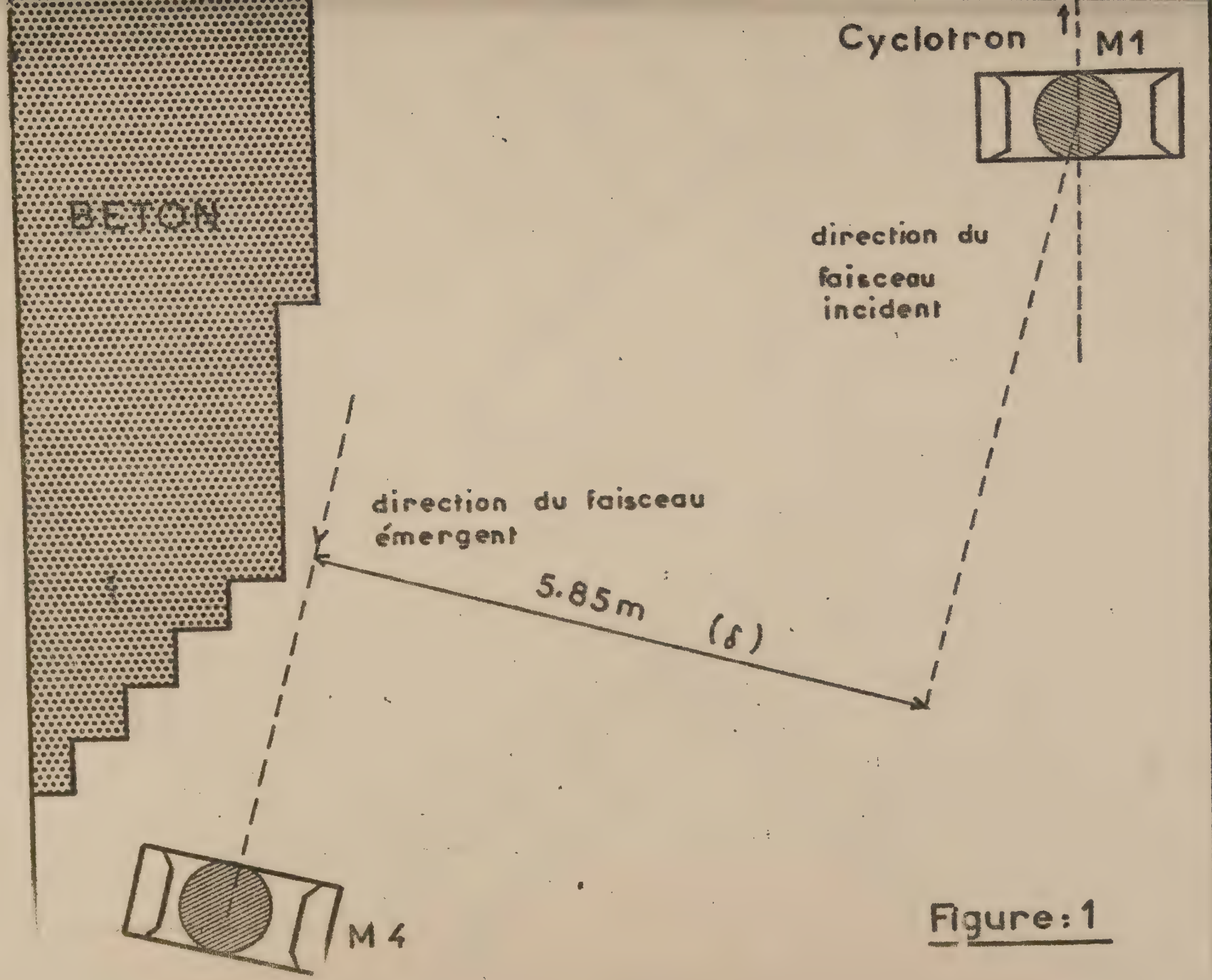

Cyclotron
M1
BETON
direction du
faisceau
incident
direction du faisceau
émergent
5.85m (δ)
M4

Figure: 1

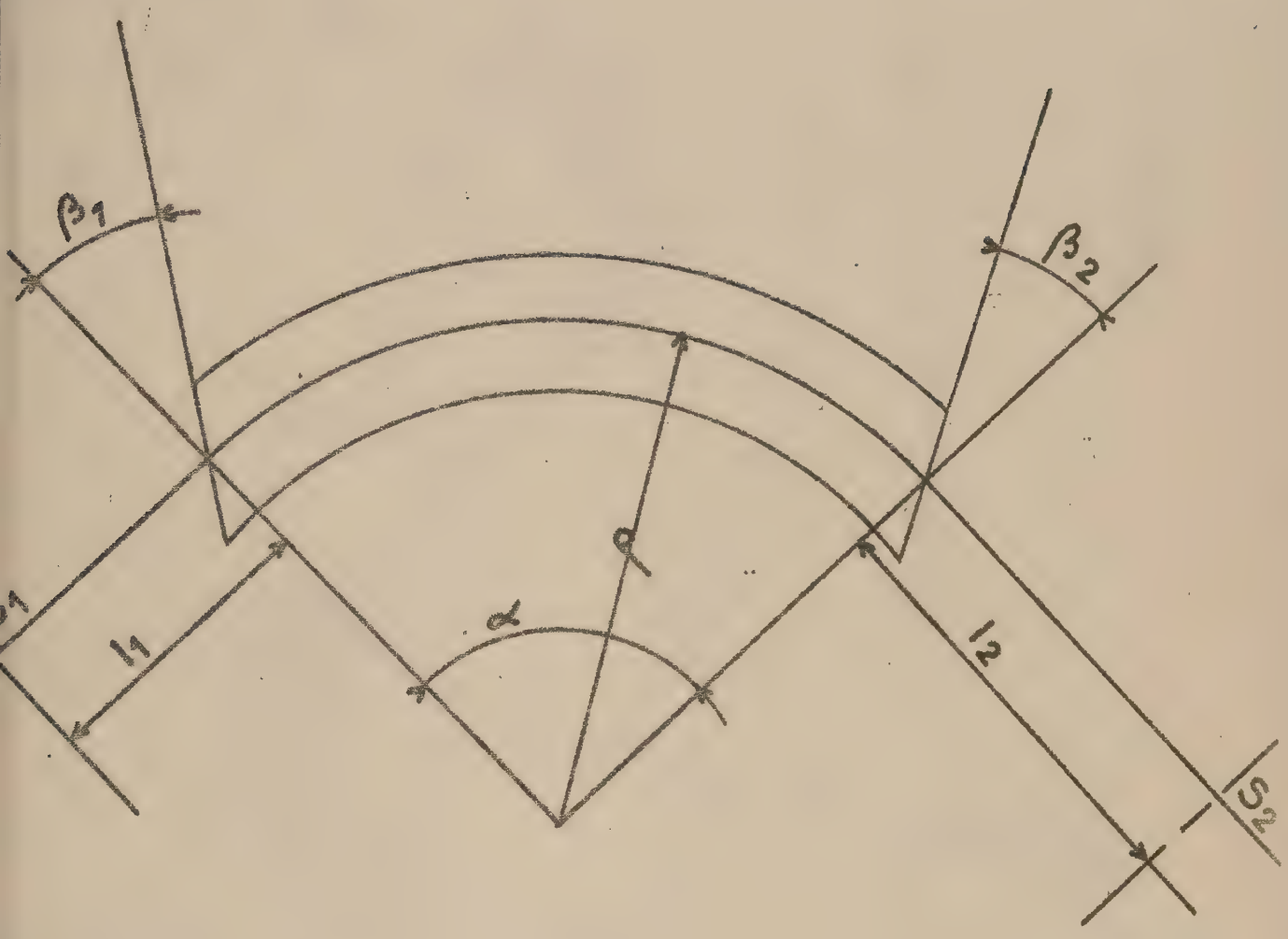


Schéma d'un aimant d'analyse
(M_2 ou M_3)

Figure: 2

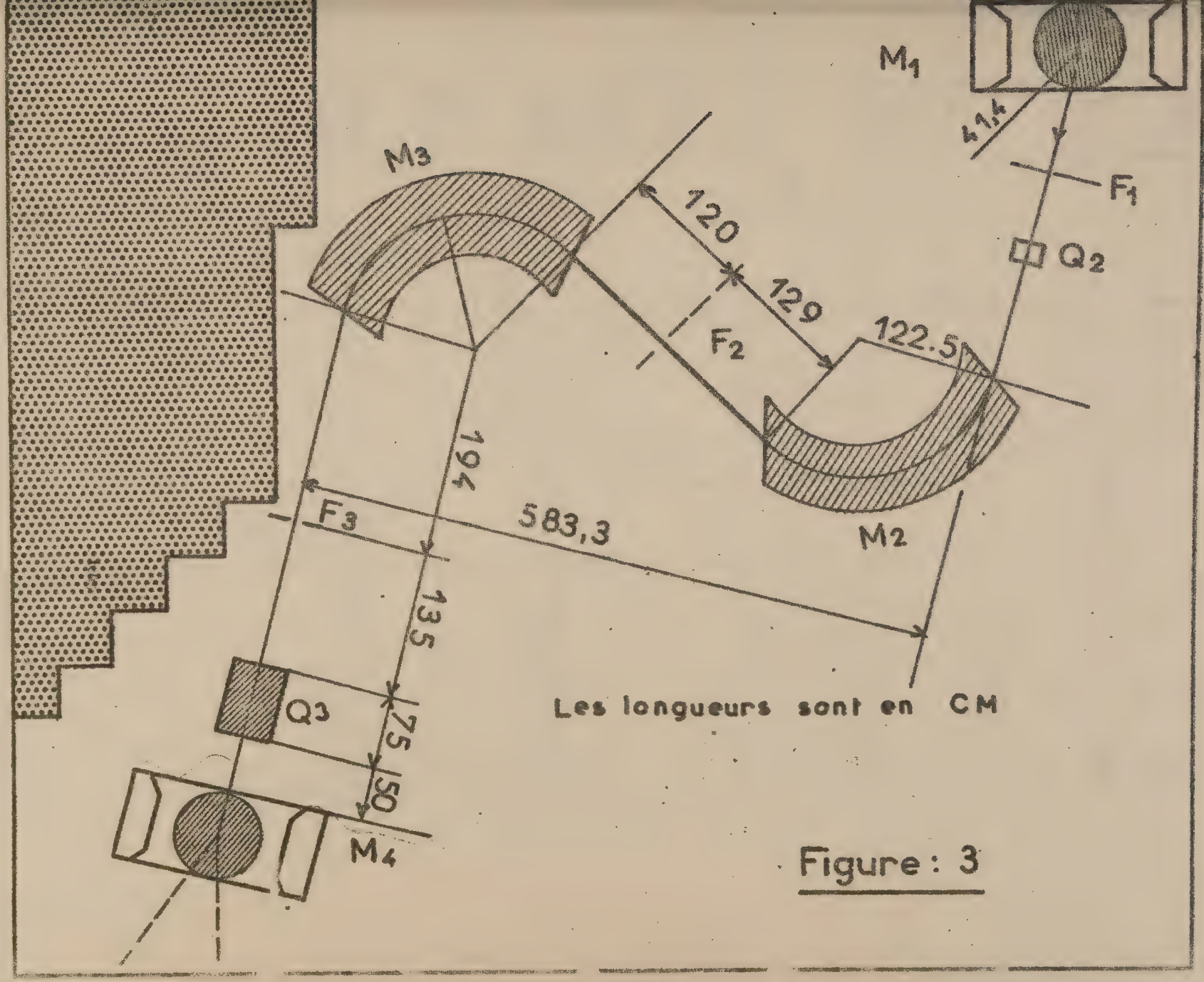

M1
41,4
F1
Q2
M3
120
129
122.5
F2
194
F3
583,3
M2
135
Q3
75
80
M4
Les longueurs sont en CM

Figure : 3

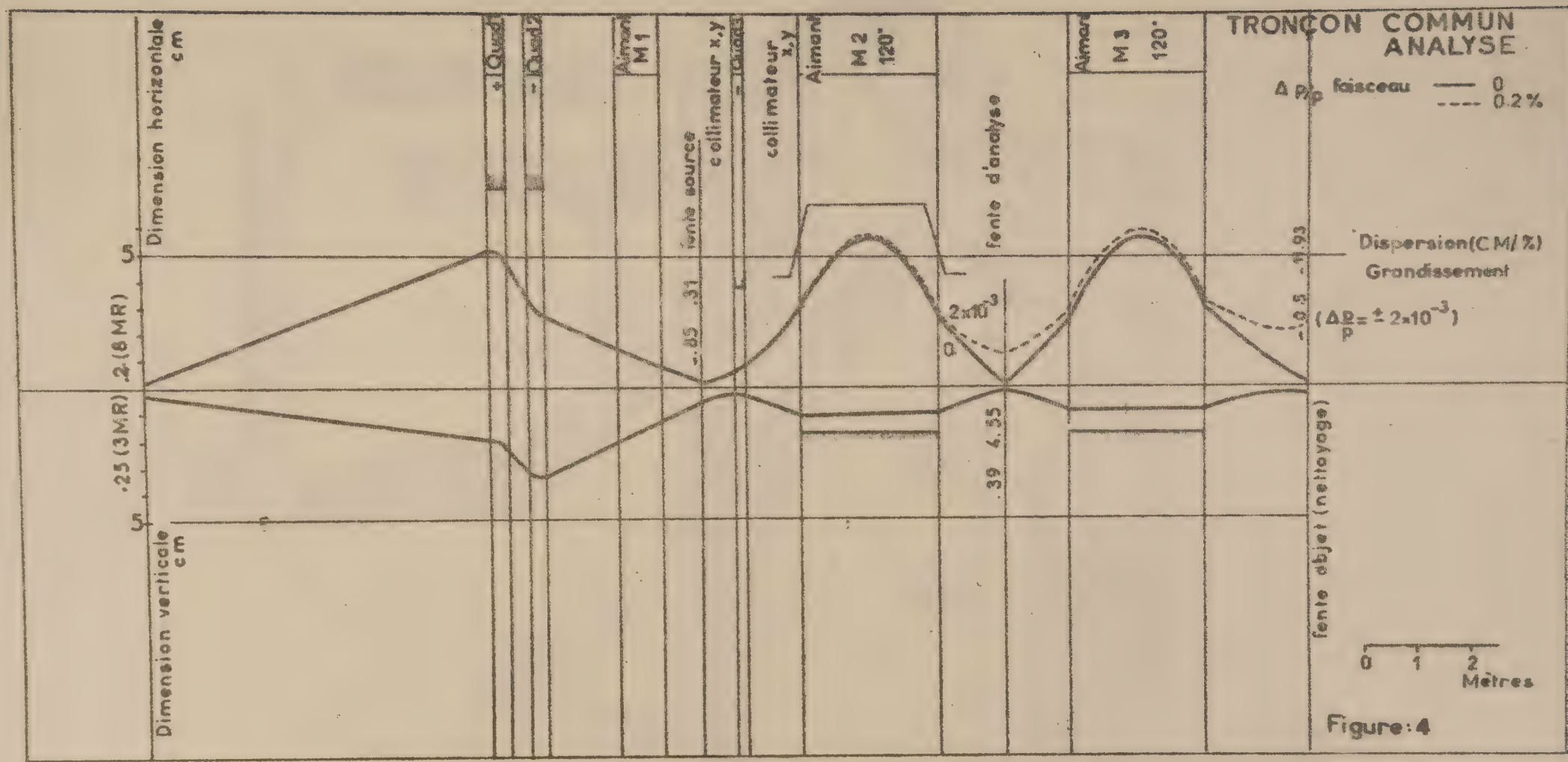
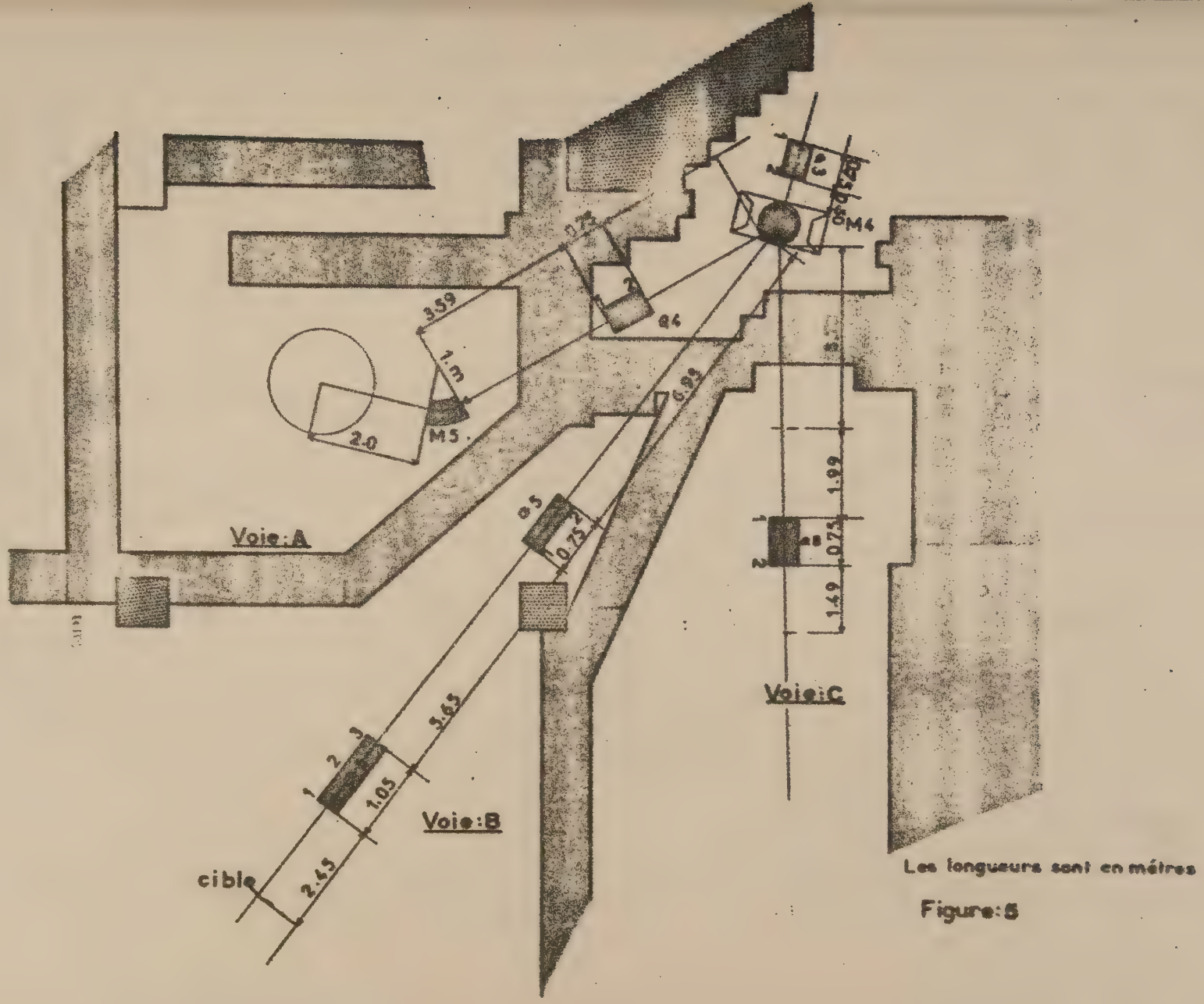

TRONÇON COMMUN
ANALYSE
Δ p/p faisceau
0
0.2 %
Dimension horizontale cm
Dimension verticale cm
+ Quad1
- Quad2
Aimant M1
fente source
collimateur x,y
- Quad3
collimateur x,y
Aimant M2 120°
fente d'analyse
Aimant M3 120°
Dispersion (CM/%)
Grandissement
(Δp/p = ± 2×10⁻³)
2×10⁻³
0
.2 (8 MR)
.25 (3 MR)
5
5
-.85
.31
.39
4.55
-0.5
-11.93
fente objet (nettoyage)
0
1
2
Mètres

Figure: 4



Les longueurs sont en mètres

Figure:8

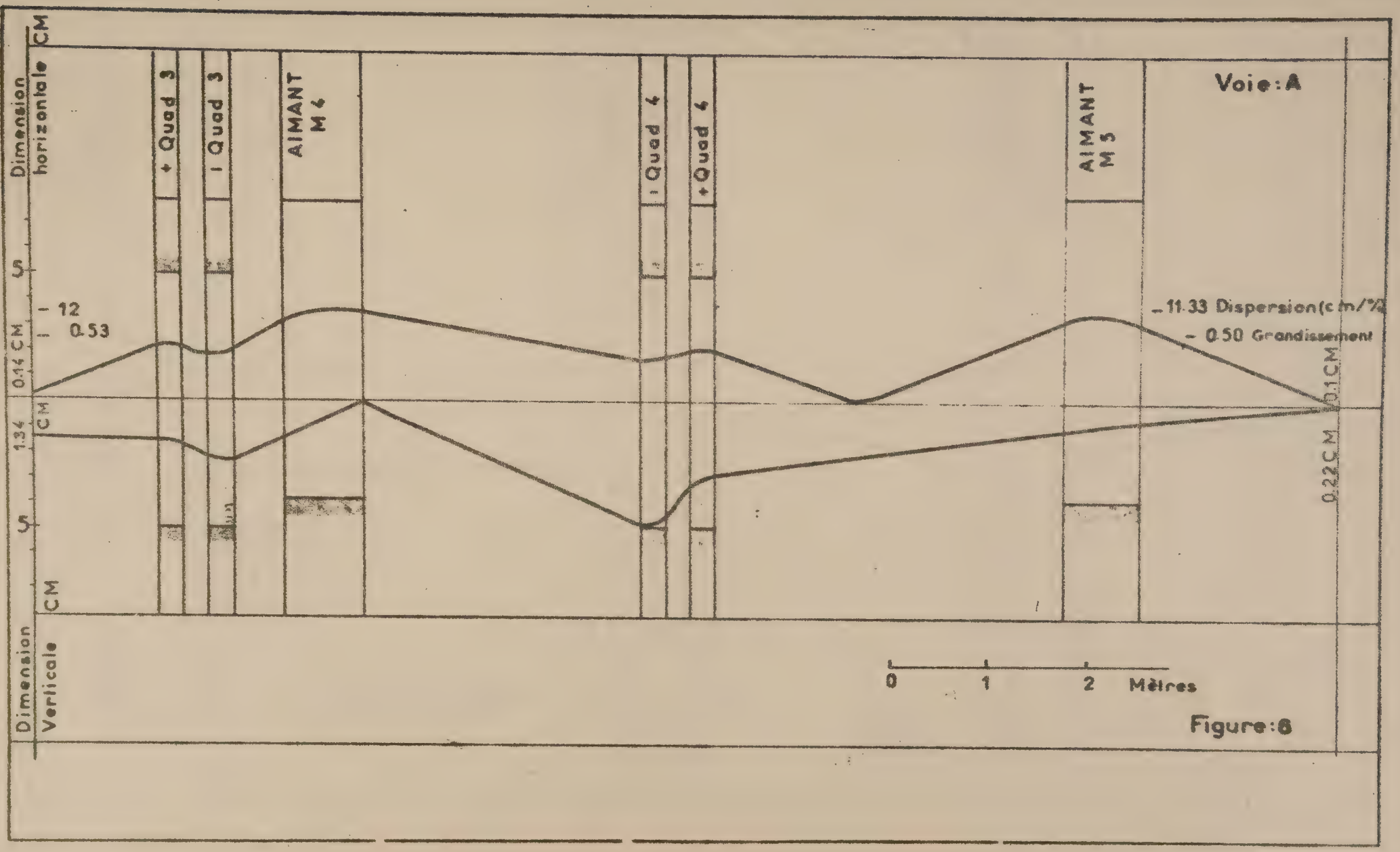

Voie: A
Dimension horizontale
CM
+ Quad 3
- Quad 3
AIMANT M4
- Quad 4
+ Quad 4
AIMANT M5
- 11.33 Dispersion (cm/%)
- 0.50 Grandissement
0.14 CM
1.34
0.22 CM
0.1 CM
Dimension Verticale
0
1
2
Mètres

Figure: 6

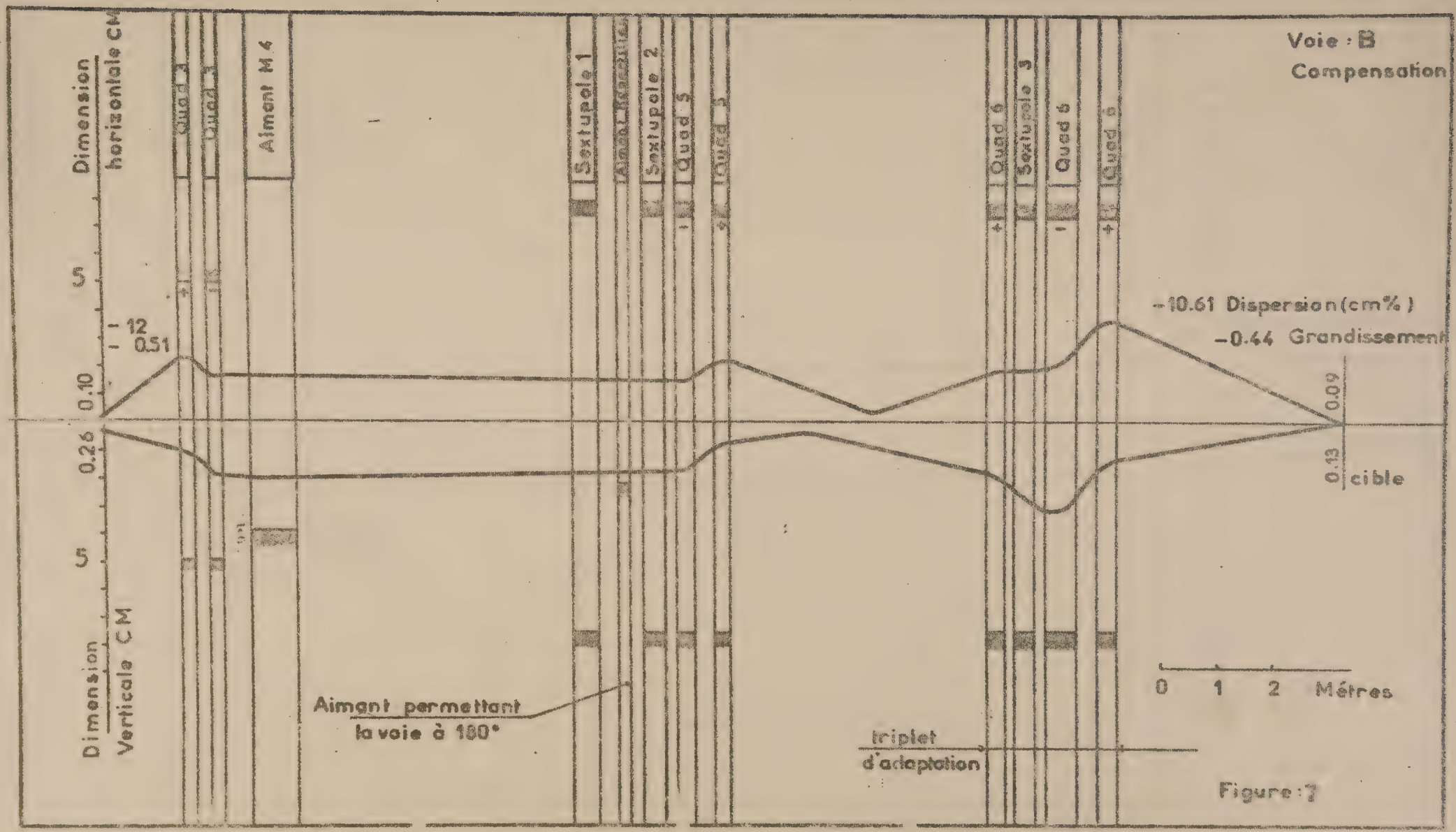

Voie : B
Compensation
Dimension horizontale CM
Dimension Verticale CM
Quad 4
Quad 1
Aimant M 4
Sextupole 1
Sextupole 2
Quad 5
Quad 2
Quad 6
Sextupole 3
Quad 6
Quad 6
-10.61 Dispersion (cm%)
-0.44 Grandissement
0.10
0.51
0.26
0.09
0.13
cible
Aimant permettant la voie à 180°
triplet d'adaptation
0 1 2 Mètres

Figure : 7

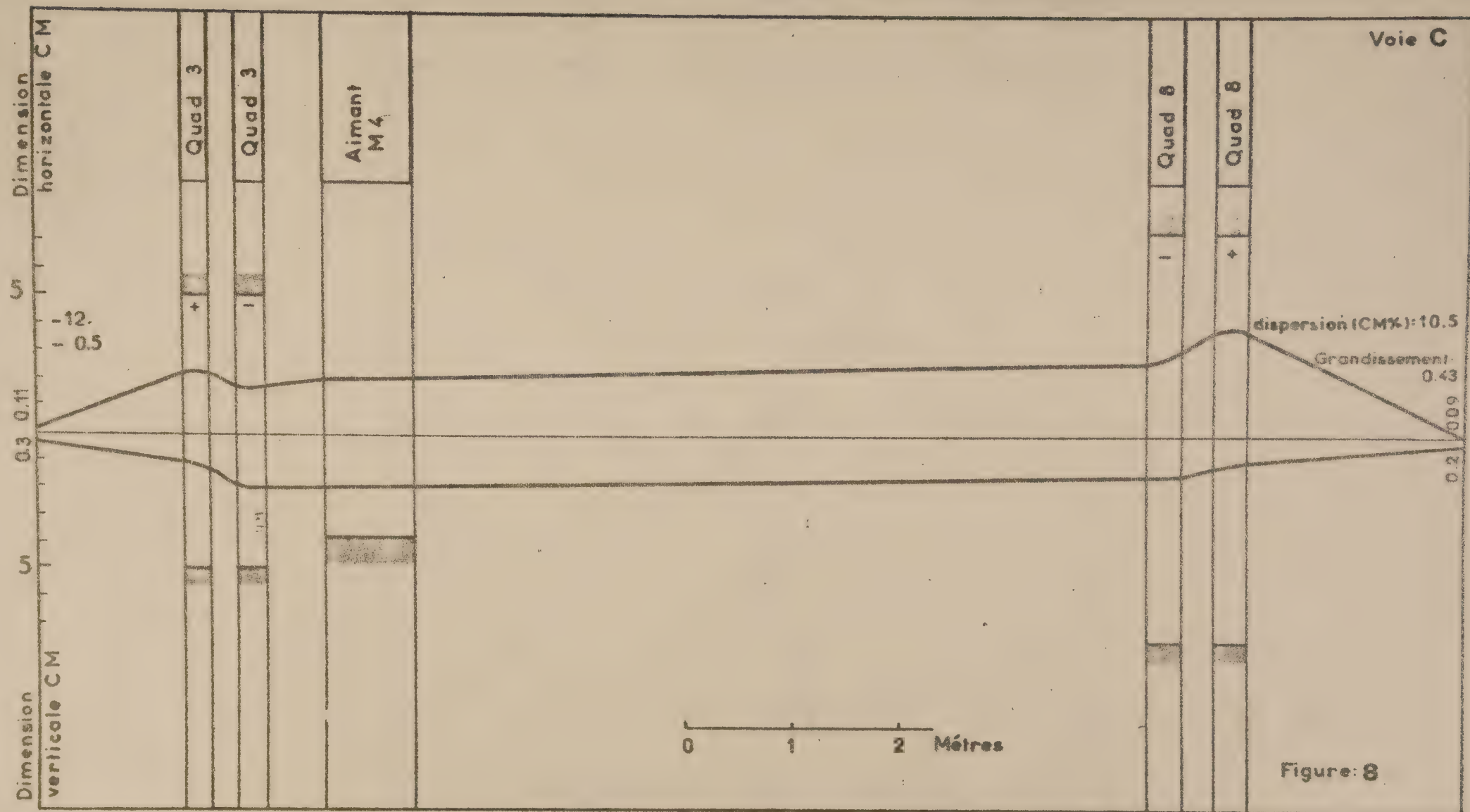

Voie C
Dimension horizontale CM
Dimension verticale CM
Quad 3
Quad 3
Aimant M4
Quad 8
Quad 8
+
−
−
+
5
5
-12.
- 0.5
0.11
0.3
dispersion (CM%): 10.5
Grandissement: 0.43
0.09
0.2
0
1
2
Mètres

Figure: 8

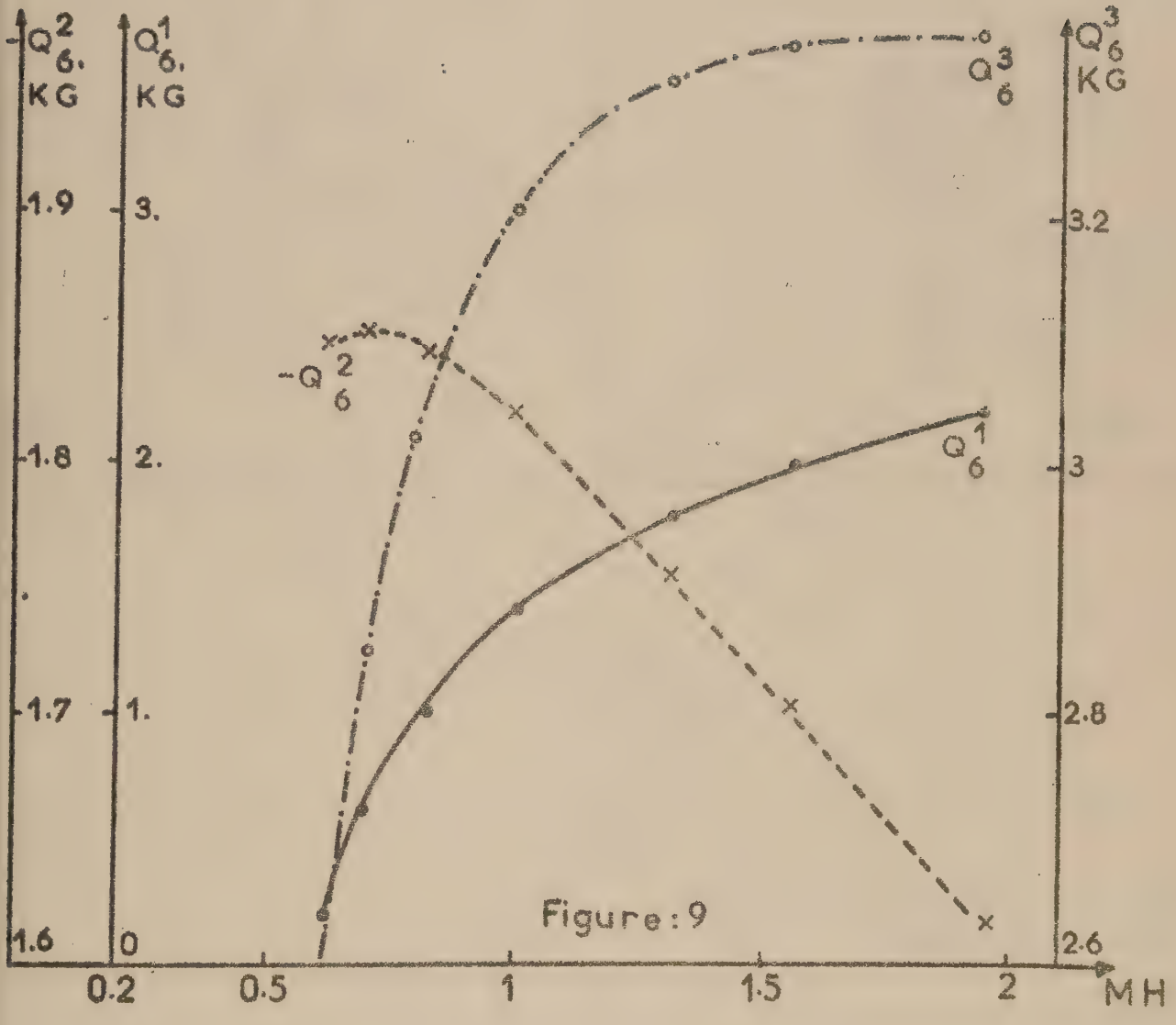

$-Q^2_{6.}$ KG
$Q^1_{6.}$ KG
Q^3_{6} KG
1.9
1.8
1.7
1.6
3.
2.
1.
0
3.2
3
2.8
2.6
$-Q^2_6$
Q^3_6
Q^1_6
0.2
0.5
1
1.5
2
MH

Figure : 9

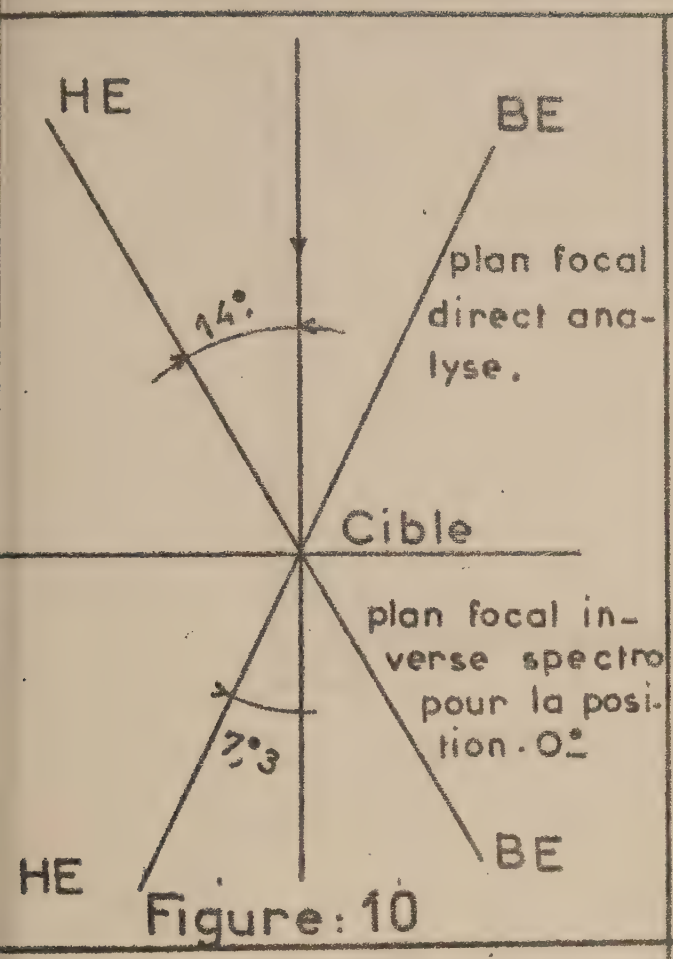


Figure : 10

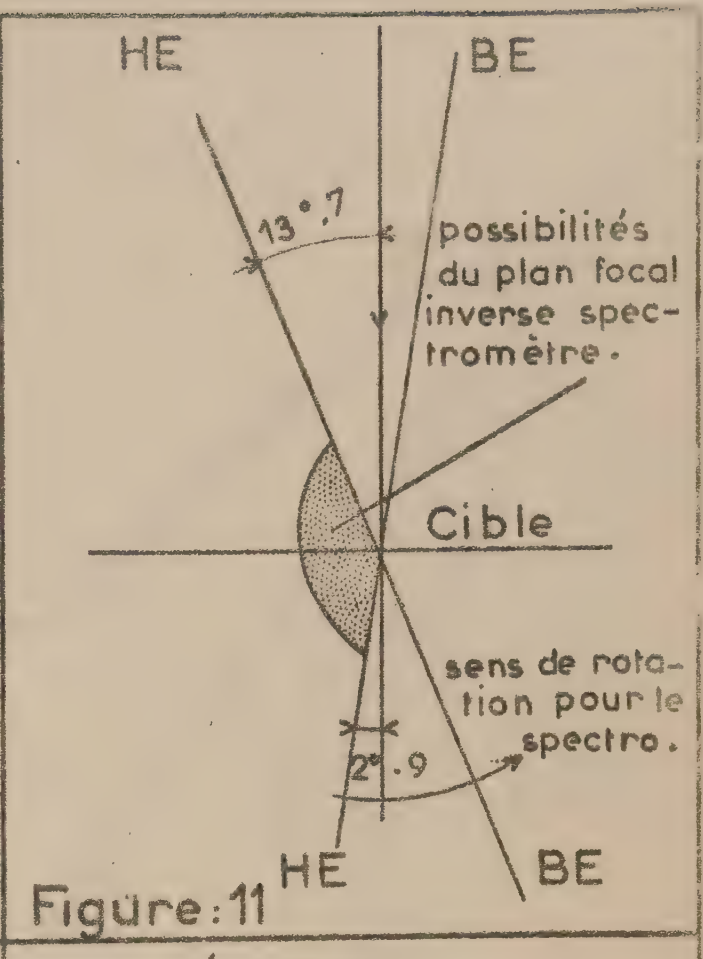


Figure : 11

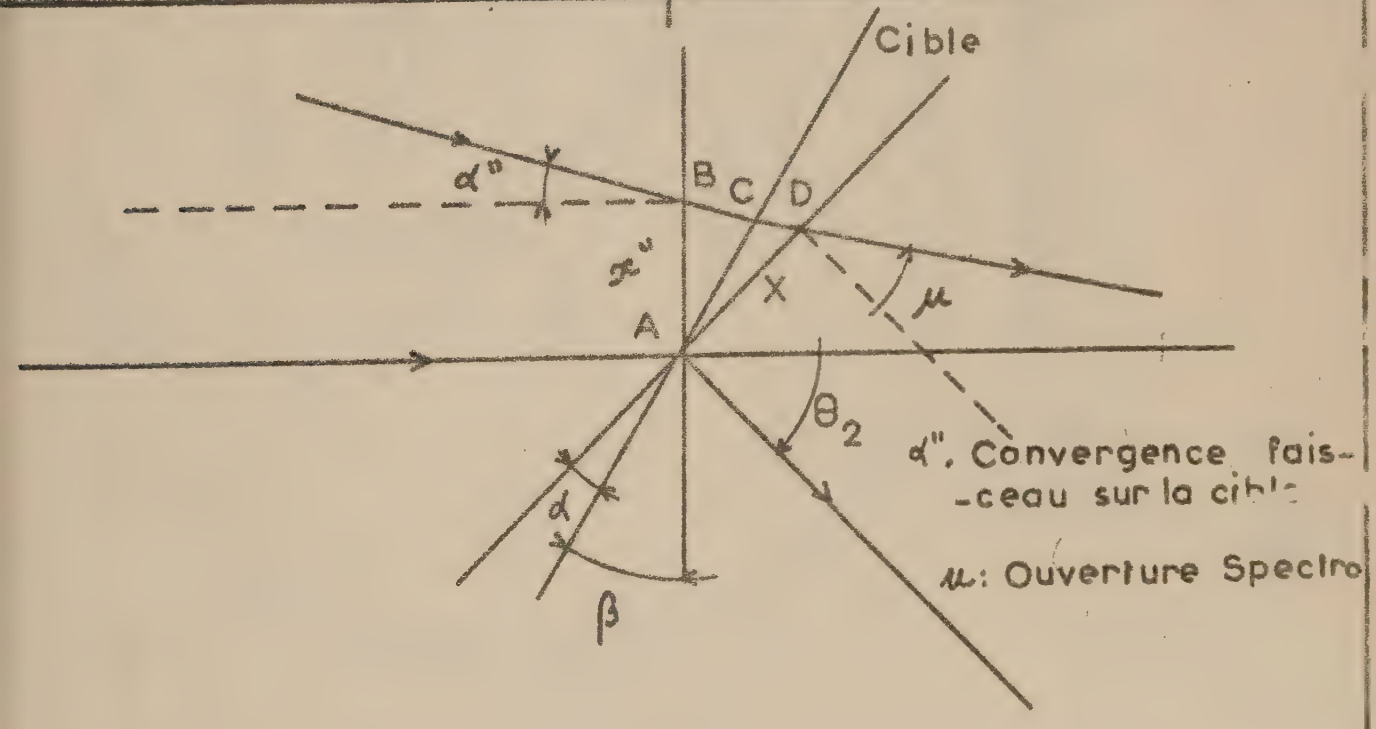


Figure : 12

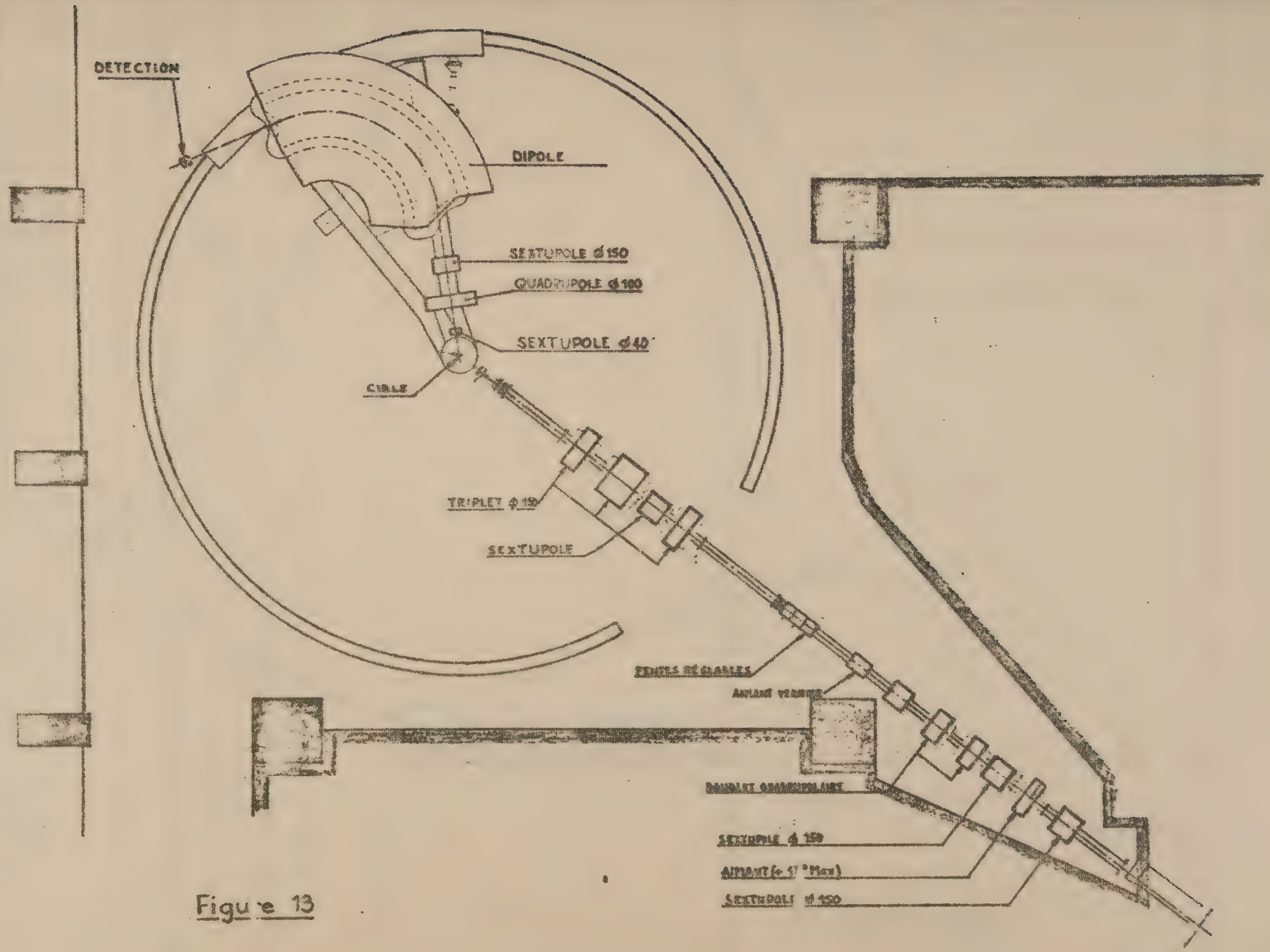

DETECTION
DIPOLE
SEXTUPOLE ϕ 150
QUADRUPOLE ϕ 100
SEXTUPOLE ϕ 40
CIBLE
TRIPLET ϕ 150
SEXTUPOLE

Figure 13

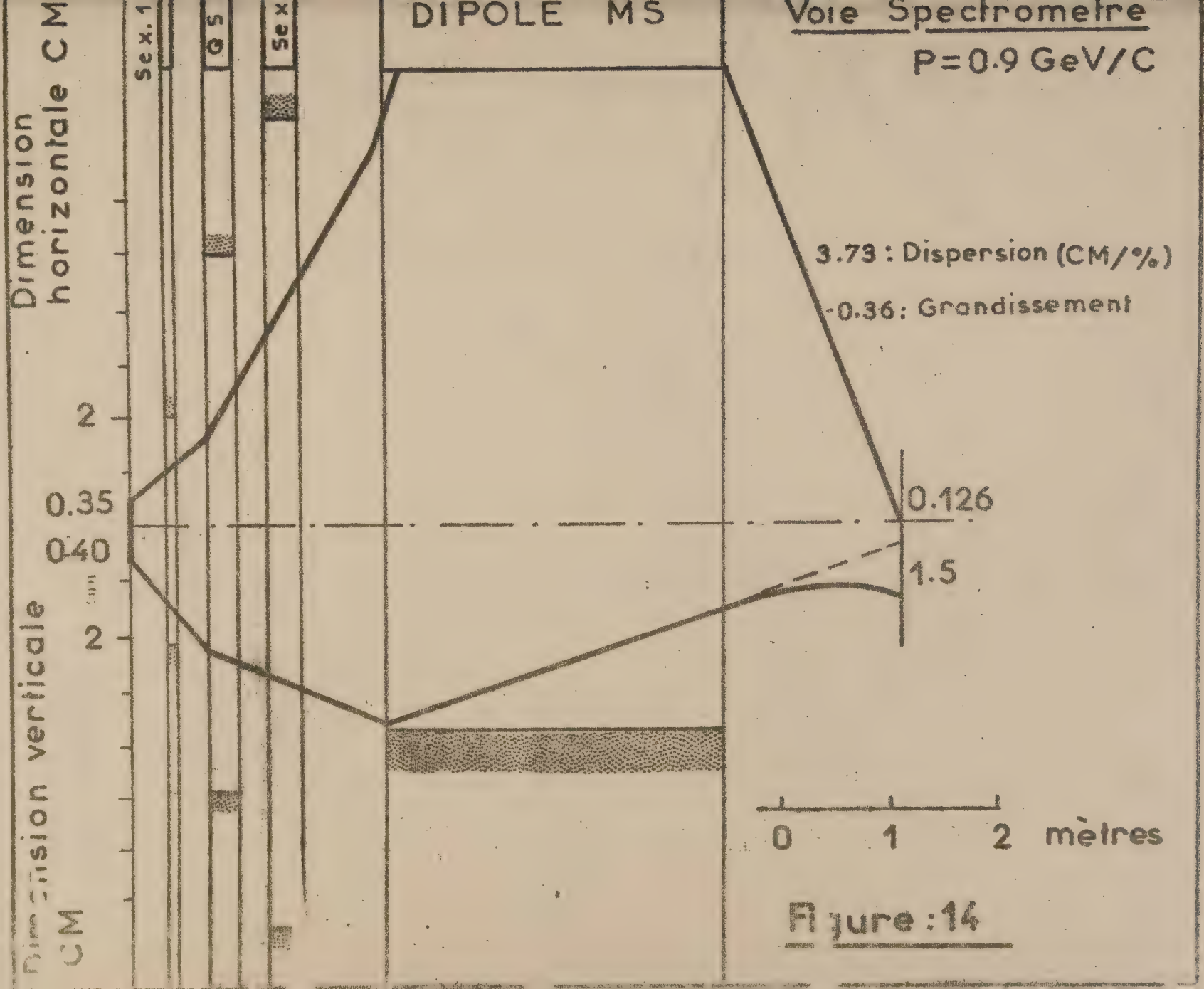

Sex.1
Q S
Sex
DIPOLE MS
Voie Spectrometre
P=0.9 GeV/C
Dimension horizontale CM
3.73 : Dispersion (CM/%)
-0.36: Grandissement
2
0.35
0.40
2
0.126
1.5
Dimension verticale CM
0 1 2 mètres

Figure :14

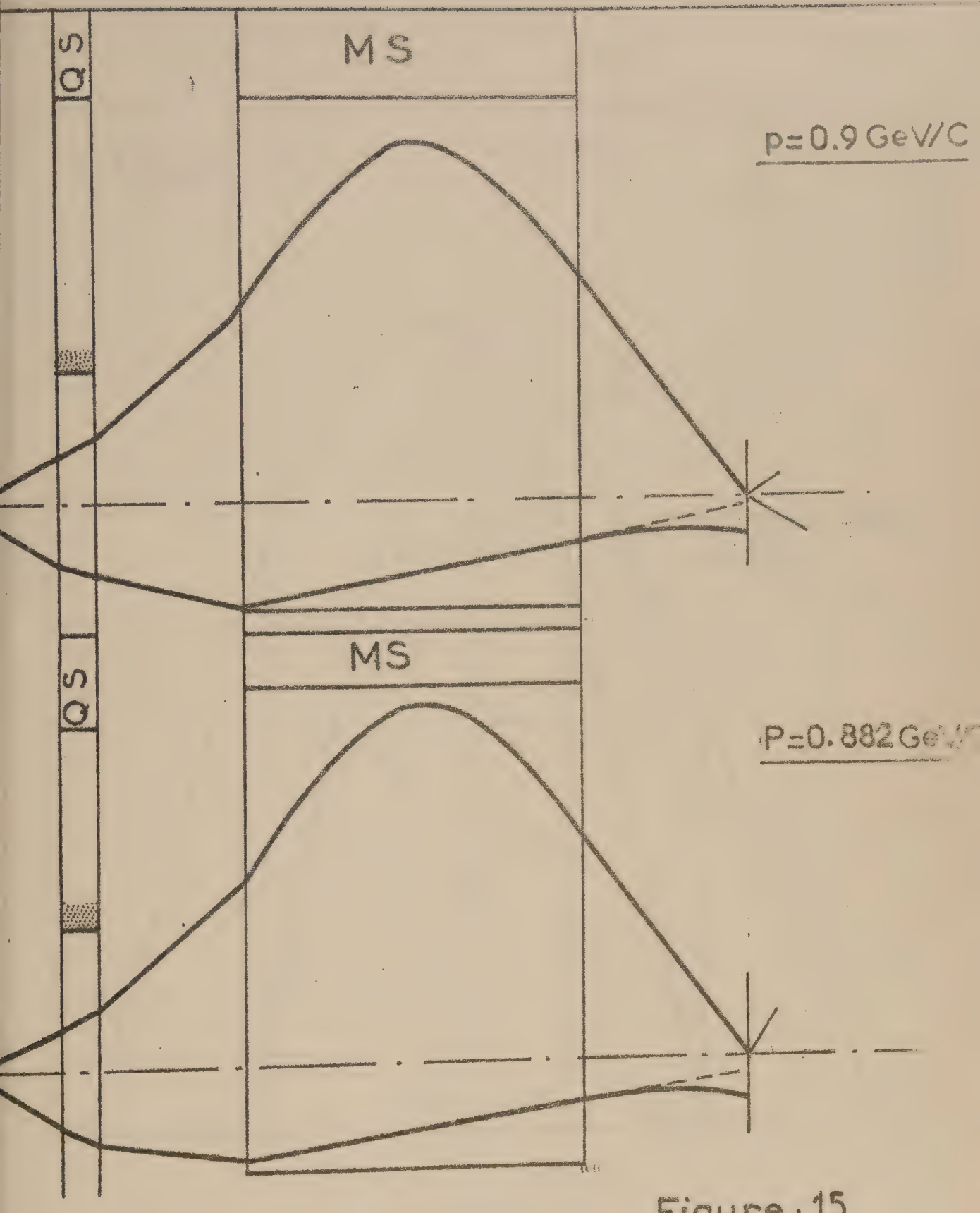
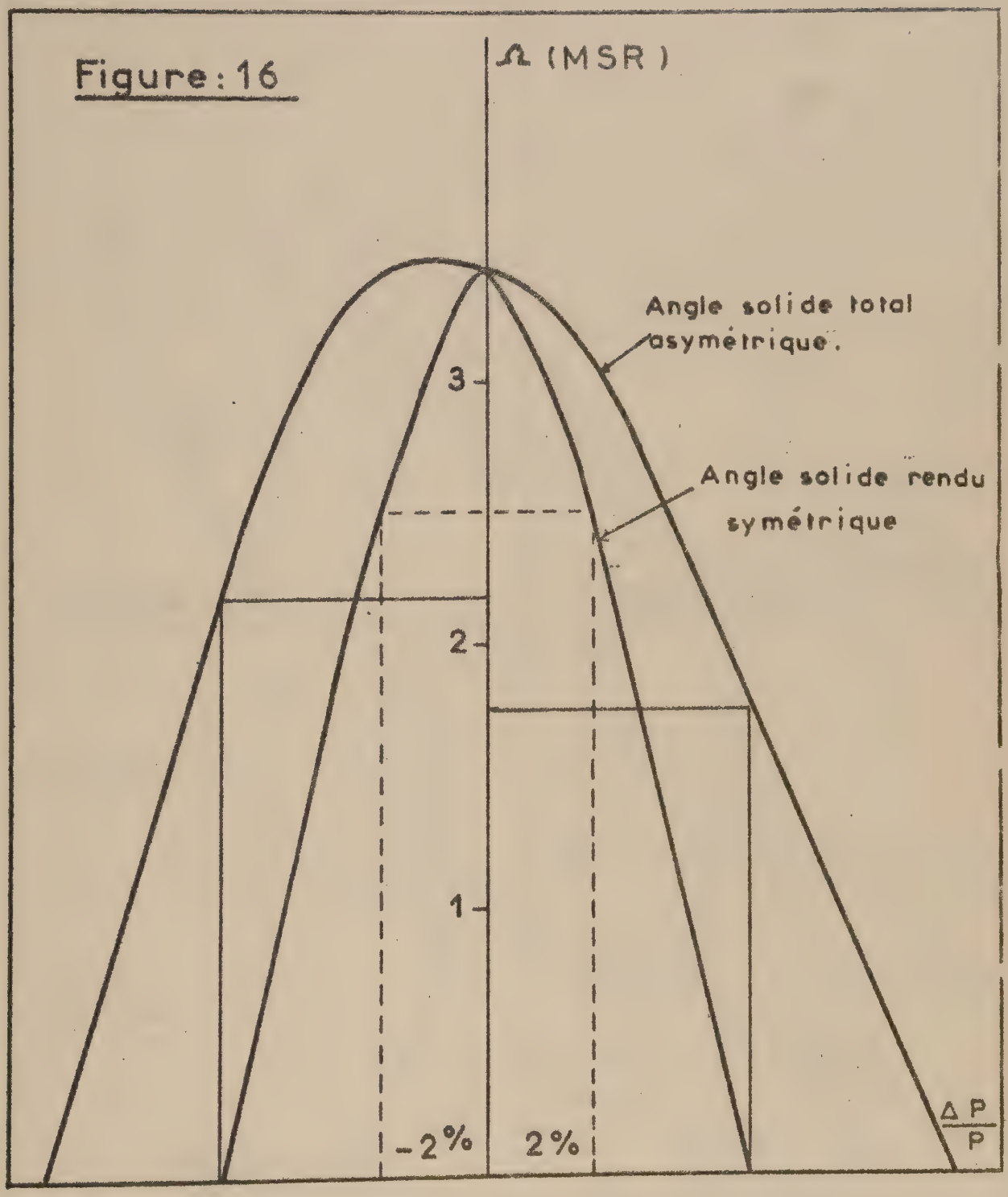


Figure : 15

Figure : 16


Ω (MSR)
Angle solide total asymétrique.
Angle solide rendu symétrique
3
2
1
-2%
2%
ΔP/P

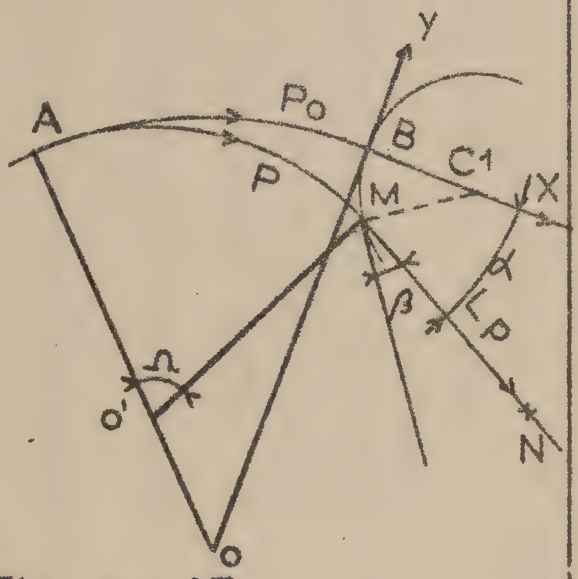


Figure : 17

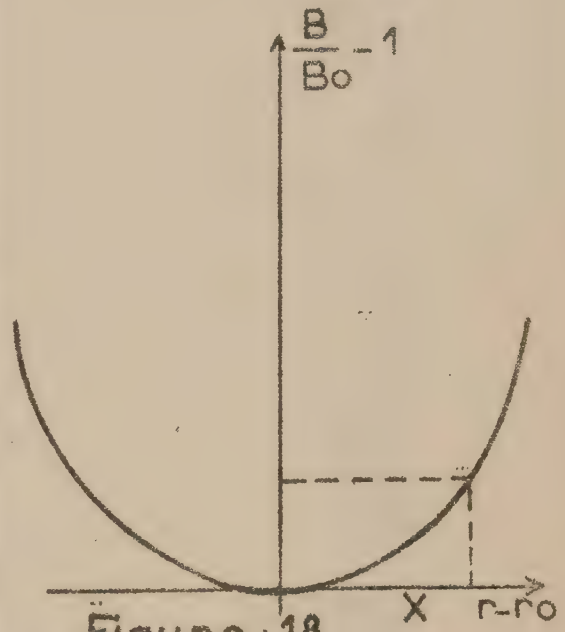


Figure : 18

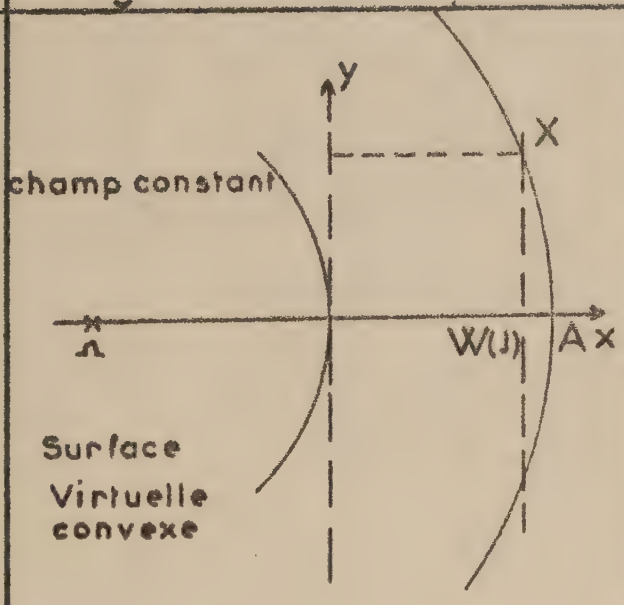


Figure : 19

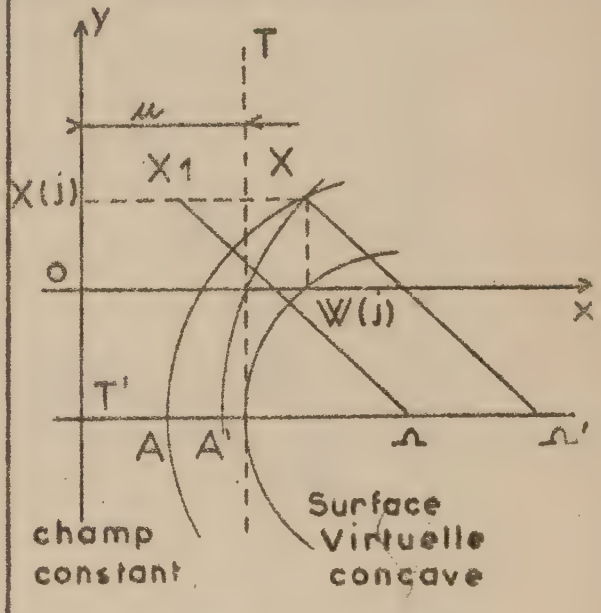
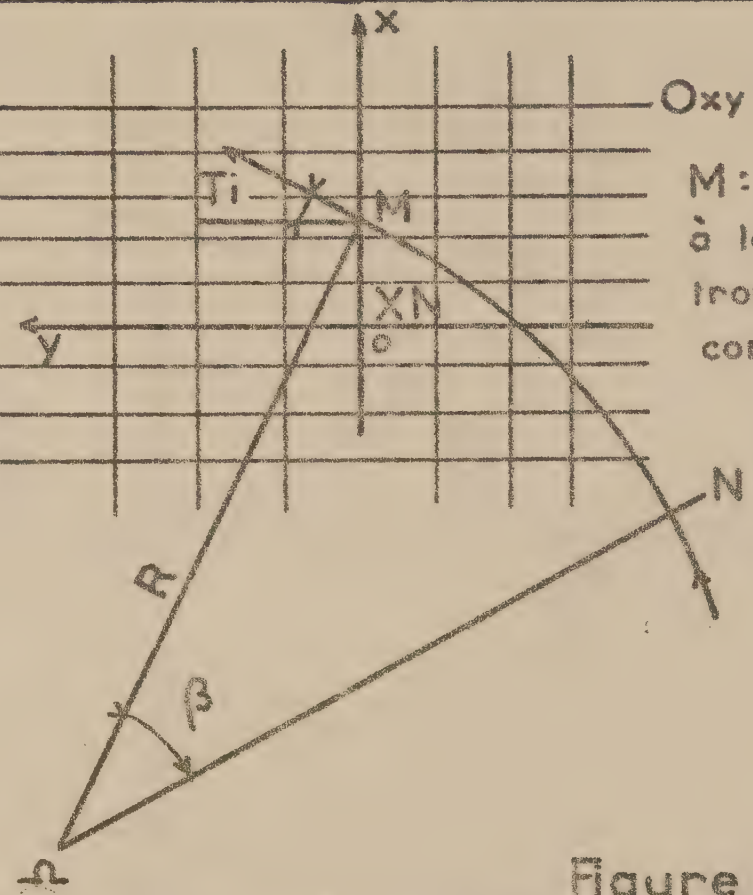


Figure : 20



Oxy : Axes carte d'entrée

M : Point appartenant à la trajectoire et se trouvant dans le champ constant -

N : Point de la surface virtuelle -

Figure : 21

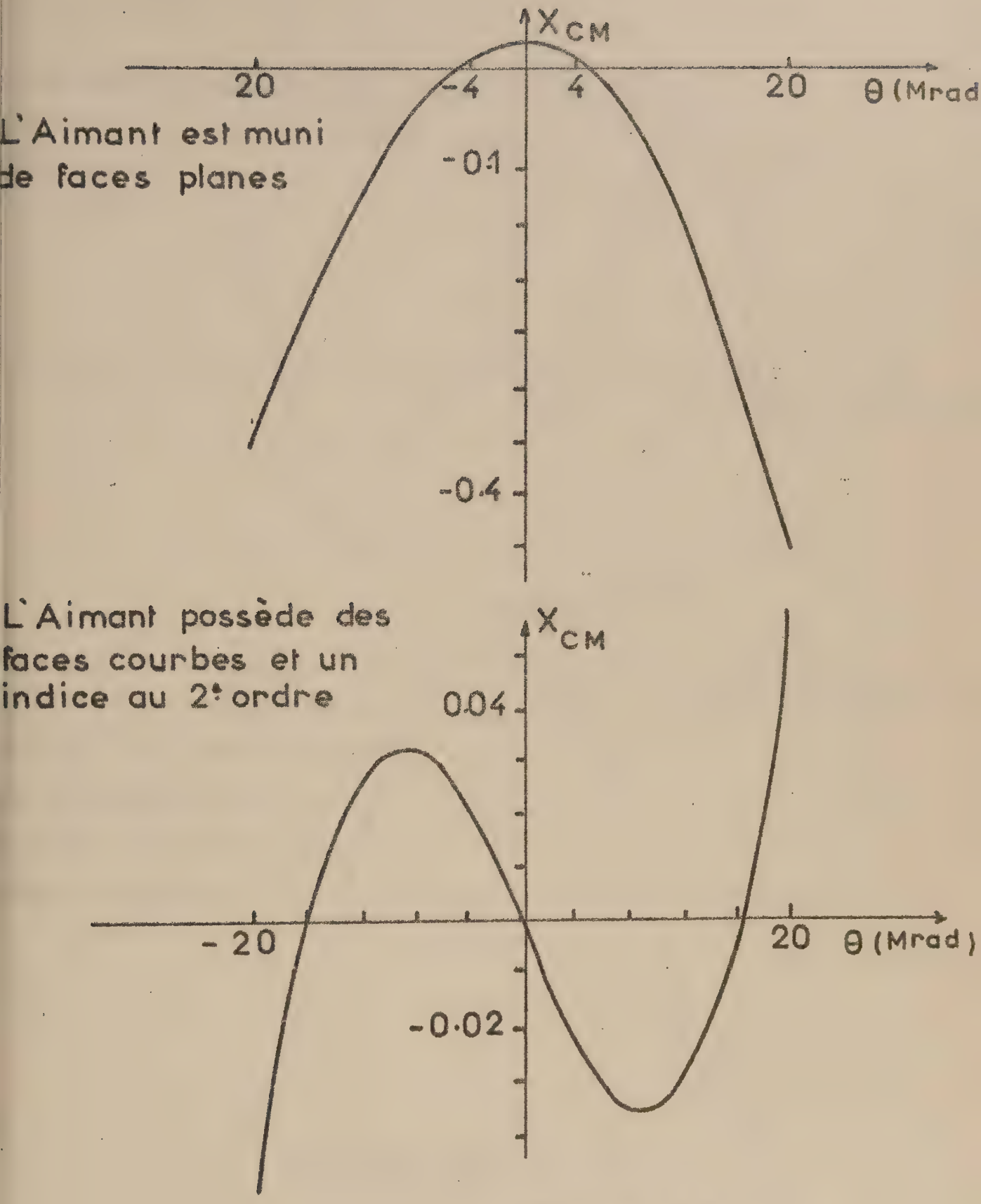
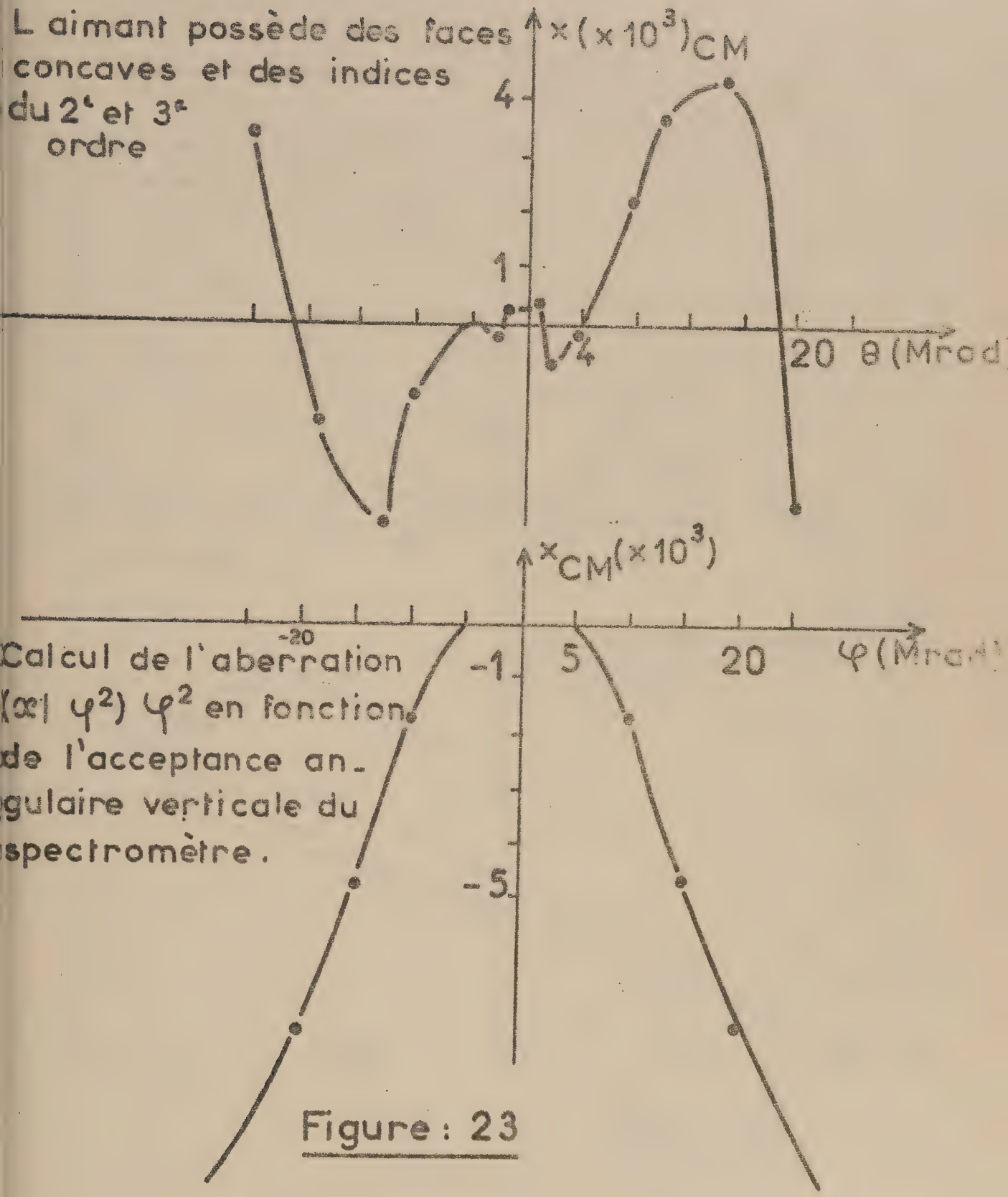

L'Aimant est muni de faces planes
X_{CM}
20
-4
4
20
θ (Mrad)
-0.1
-0.4
L'Aimant possède des faces courbes et un indice au 2e ordre
X_{CM}
0.04
- 20
20
θ (Mrad)
-0.02

Figure: 22

L aimant possède des faces concaves et des indices du 2ᵉ et 3ᵉ ordre



Calcul de l'aberration $(x|\varphi^2)\varphi^2$ en fonction de l'acceptance angulaire verticale du spectromètre.

Figure : 23

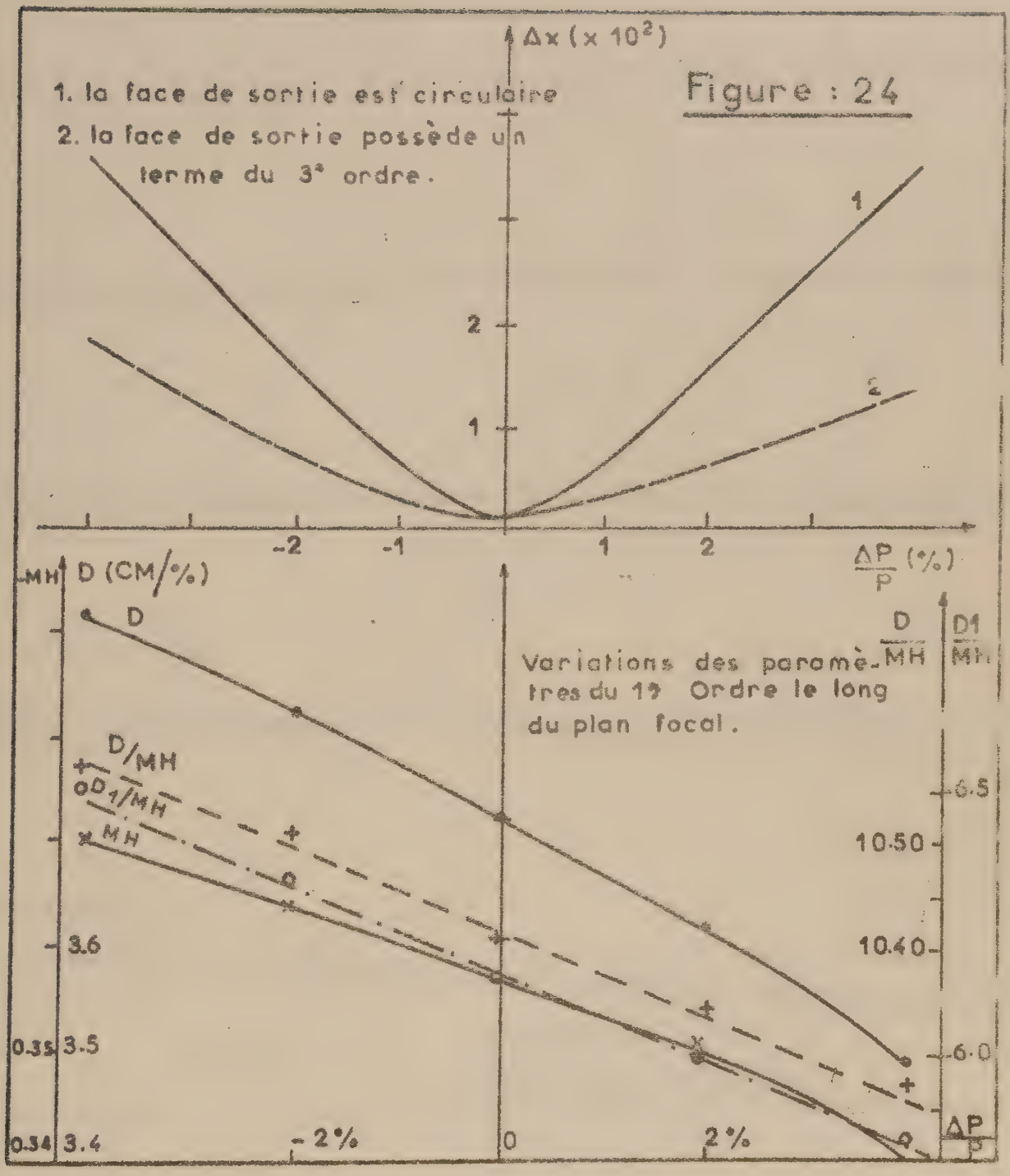


Figure : 24

Figure: 25

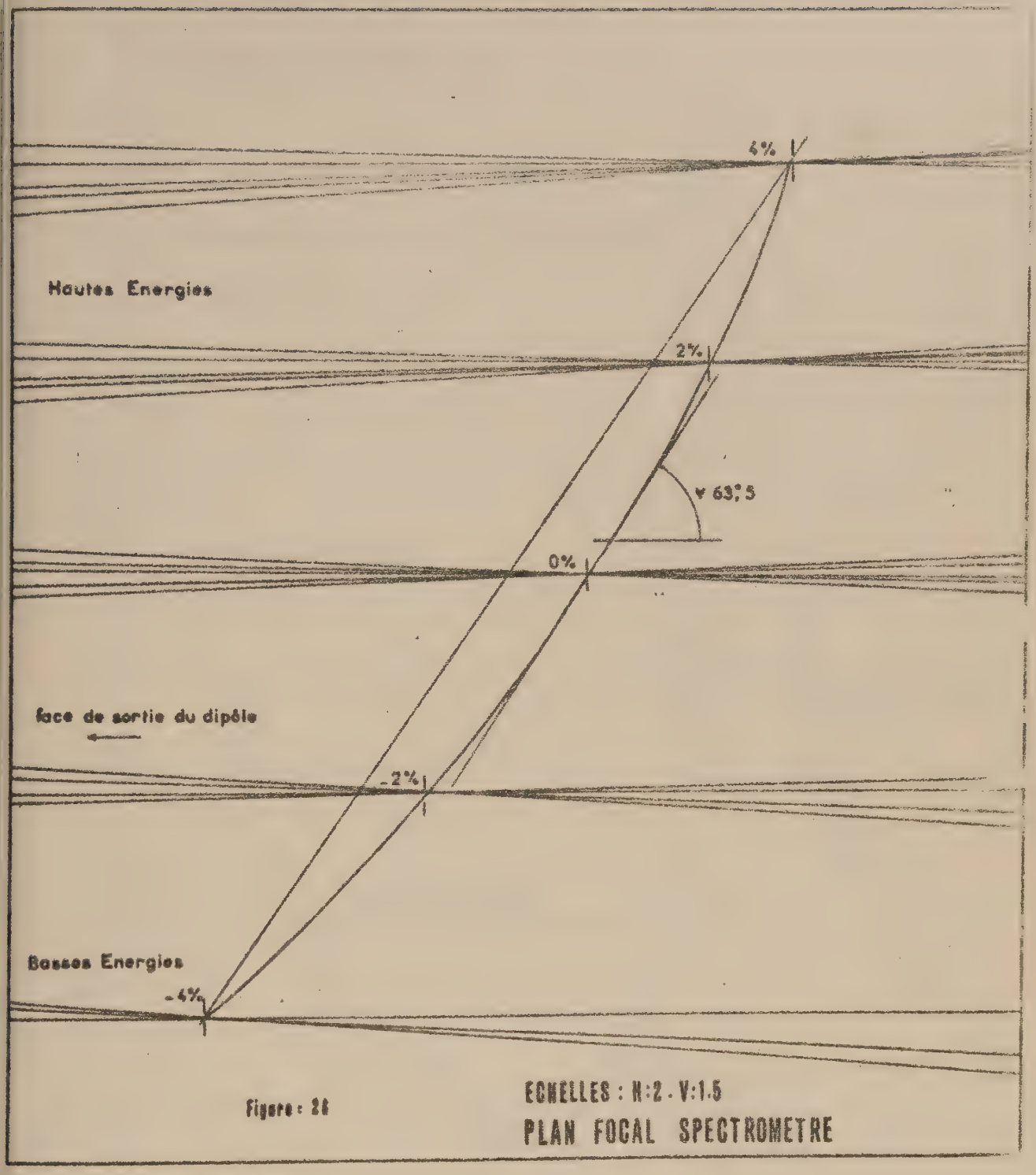


Figure : 28

ECHELLES : H:2 . V:1.5

PLAN FOCAL SPECTROMETRE

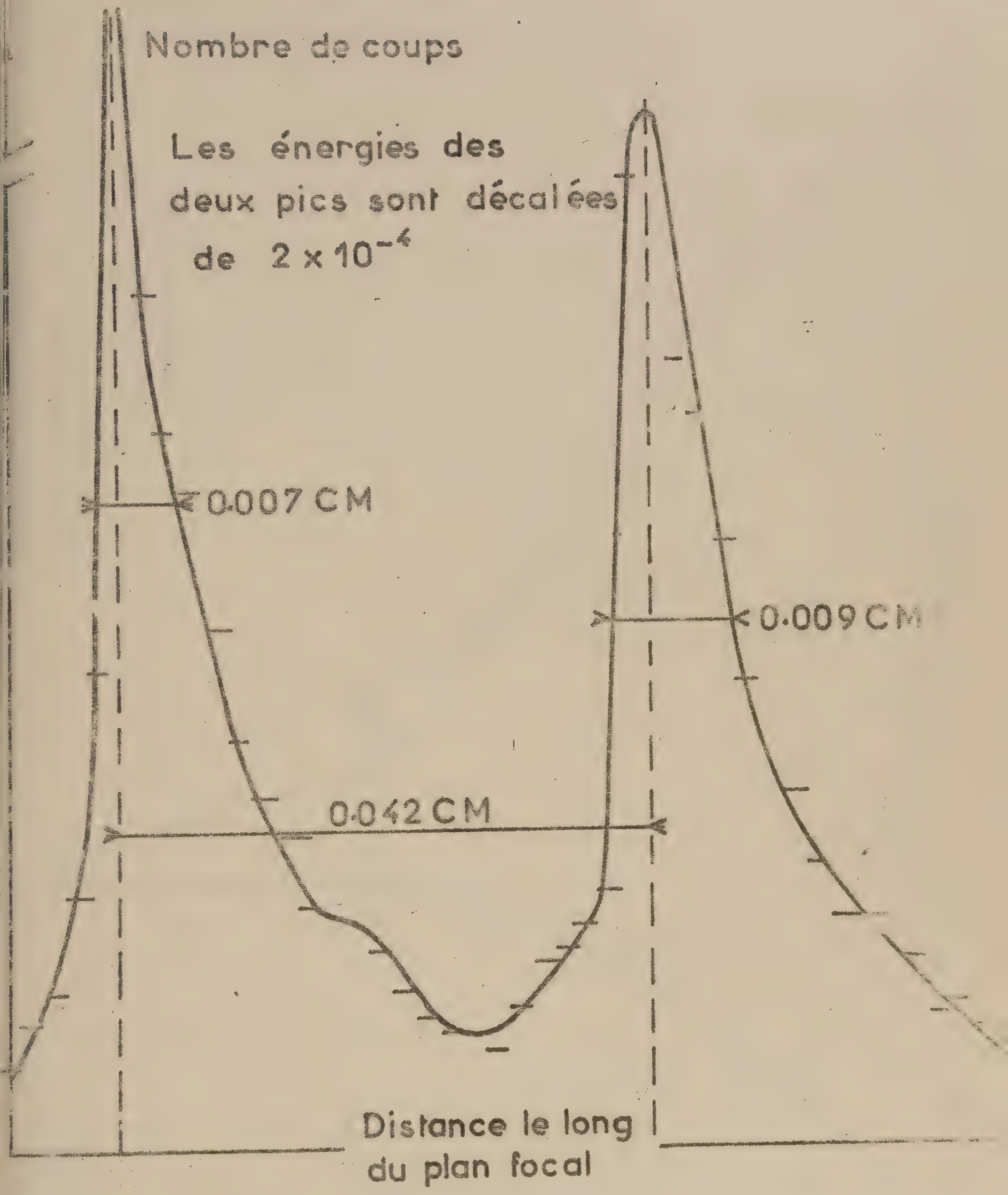
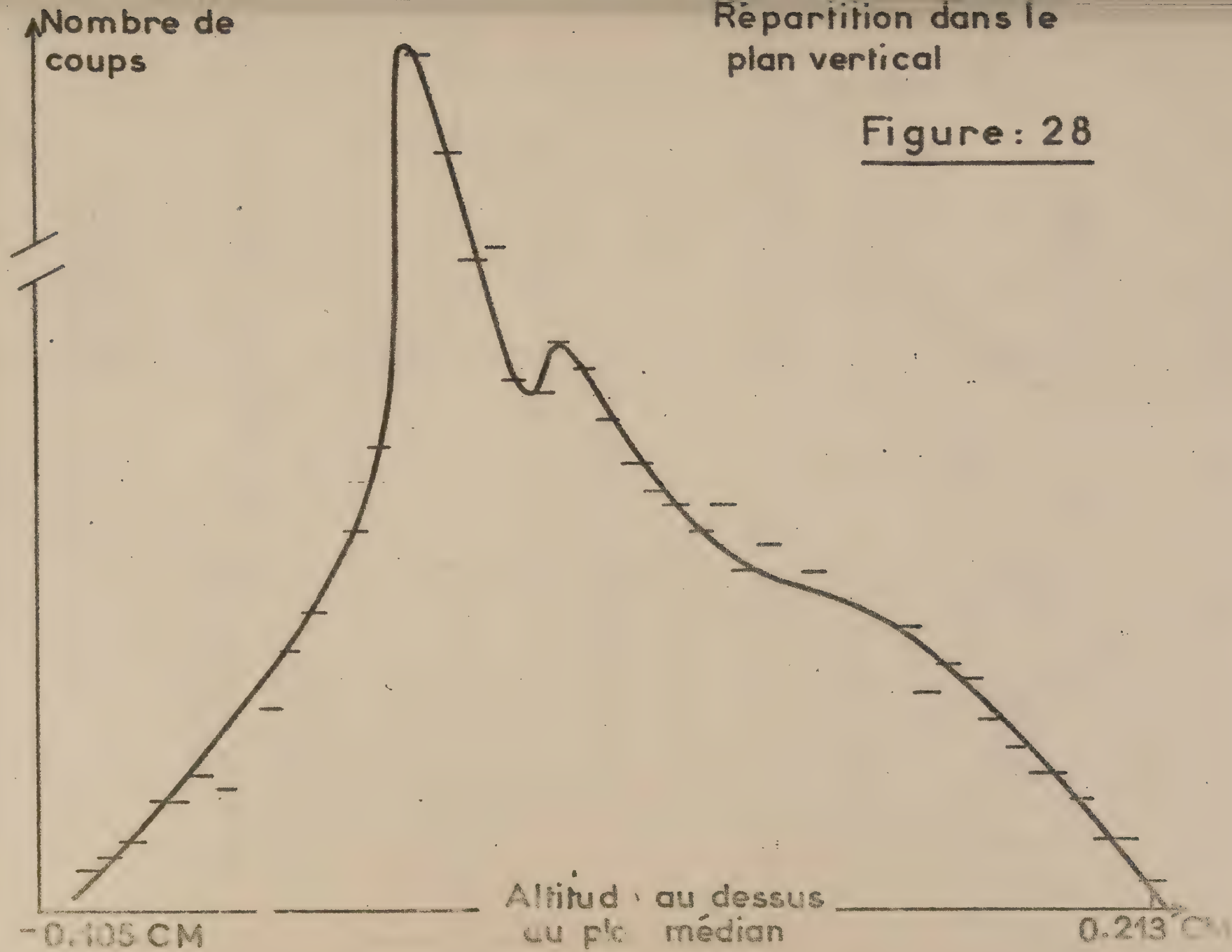
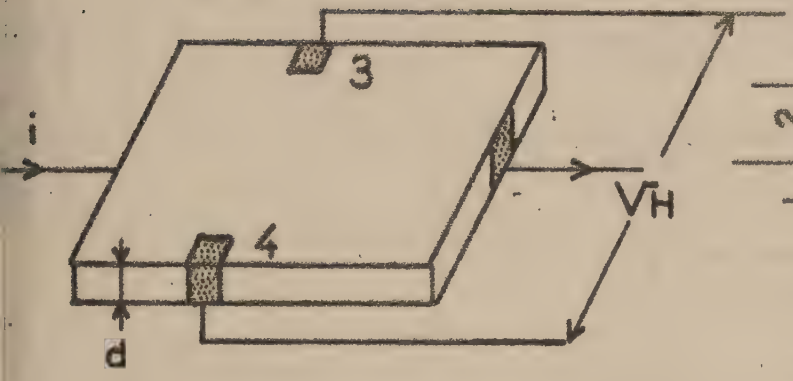

Nombre de coups
Les énergies des deux pics sont décalées de 2×10^{-4}
0.007 CM
0.009 CM
0.042 CM
Distance le long du plan focal

Figure: 27

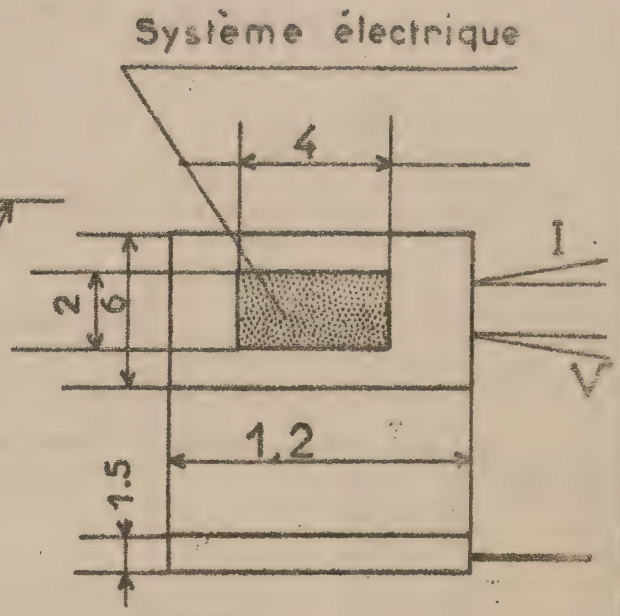
Répartition dans le plan vertical

Figure: 28

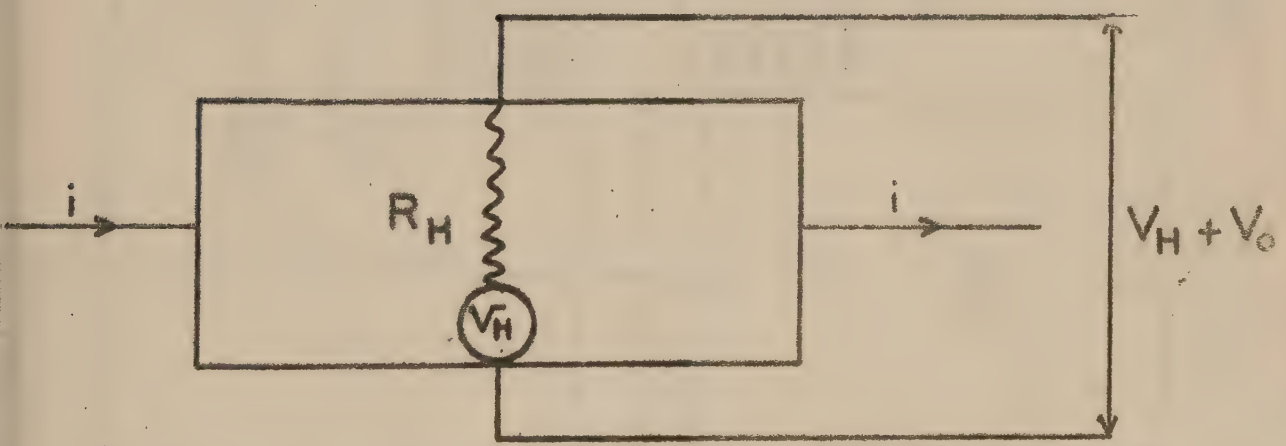




héma d'une sonde de Hall



Les dimensions sont en mm.



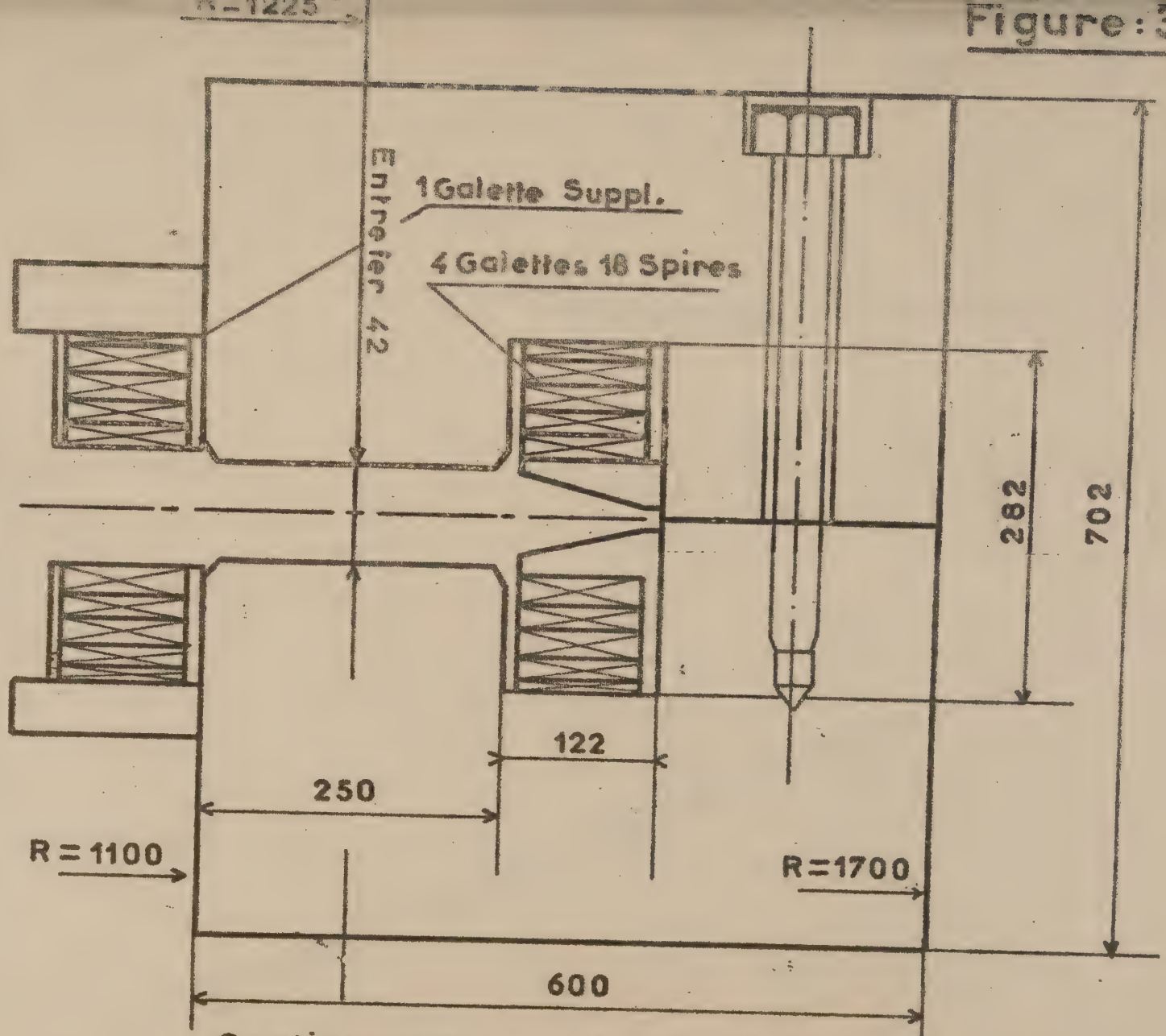
Cirquit équivalent d'une sonde Hall

$V_H = K . B$

V_o : Tension résiduelle à : B=0

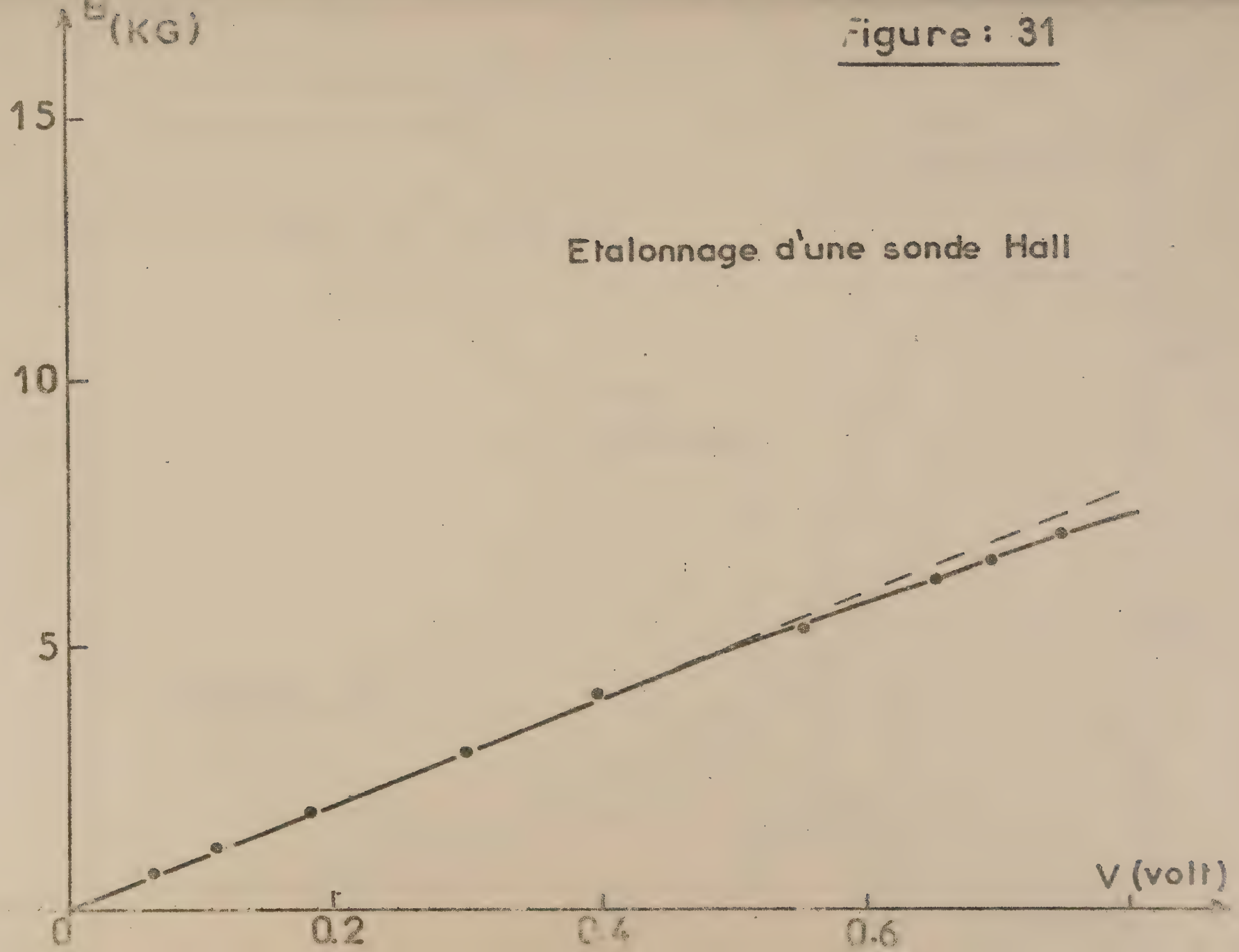
Figure : 29

Figure : 30



Section transversale de M2 ou M3

Figure : 31



Etalonnage d'une sonde Hall

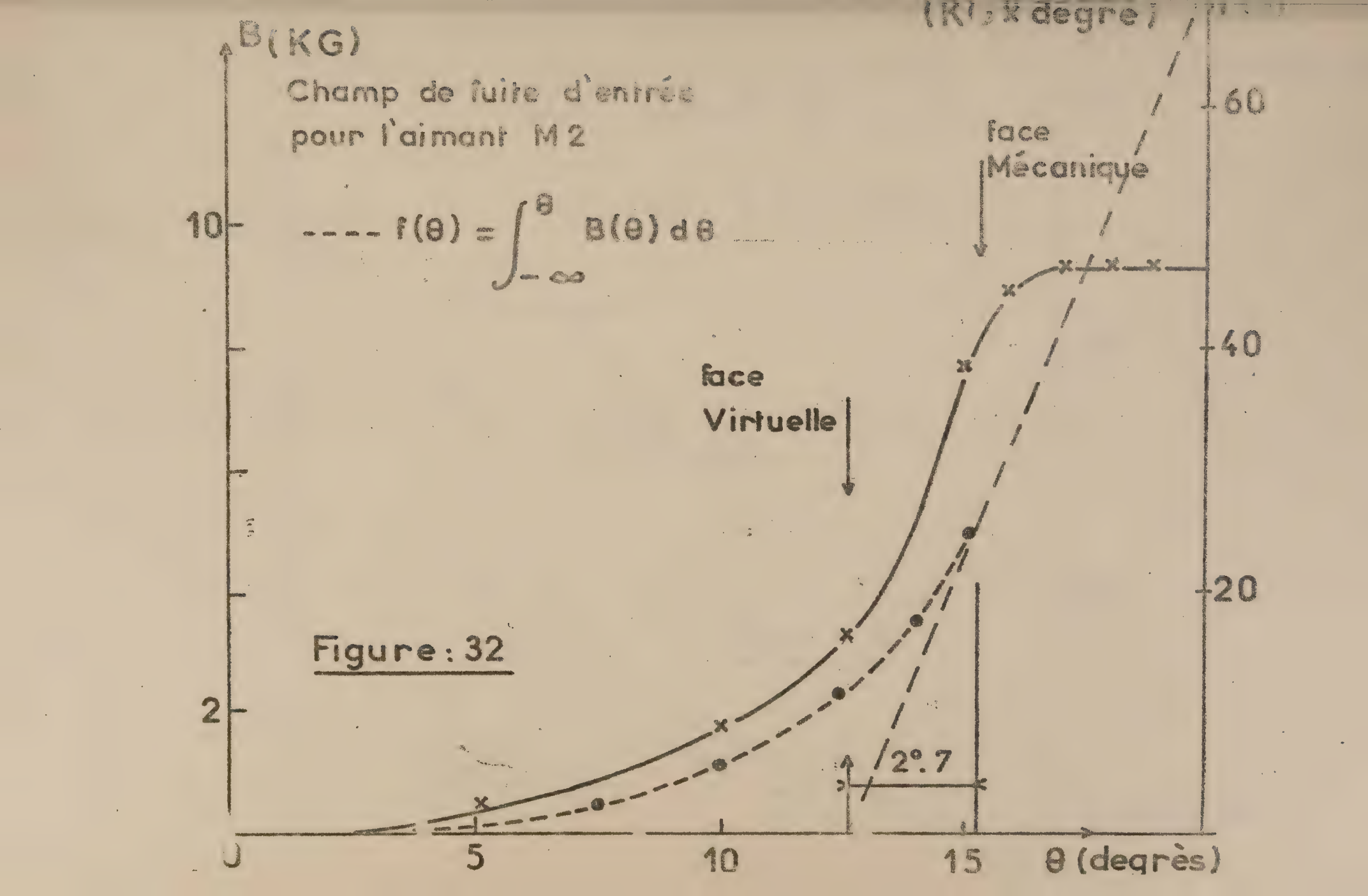

B(KG)
Champ de fuite d'entrée
pour l'aimant M2
---- $f(\theta) = \int_{-\infty}^{\theta} B(\theta)\, d\theta$
face
Mécanique
face
Virtuelle
2°.7
10
2
0
5
10
15
θ (degrès)
60
40
20

Figure : 32

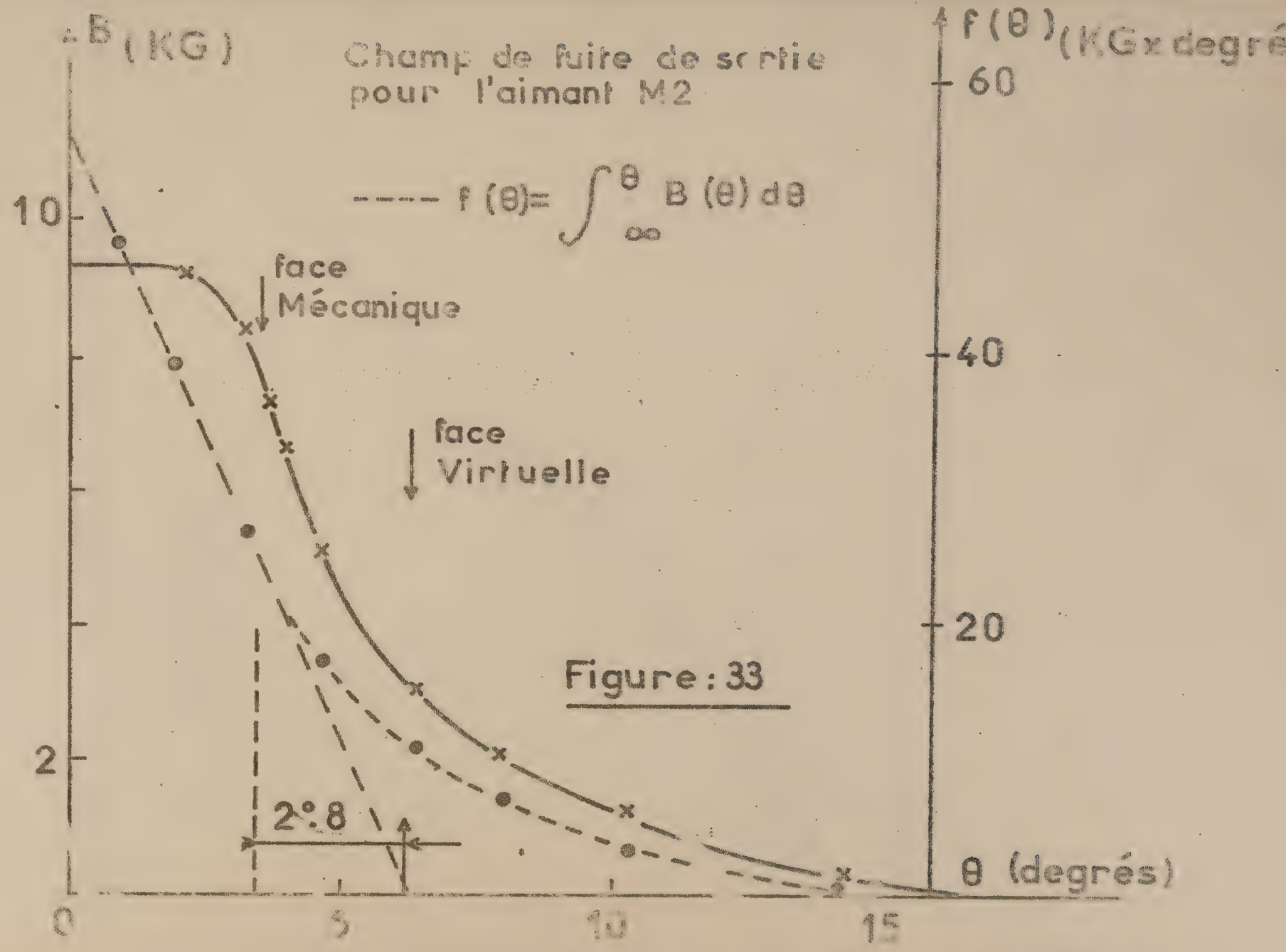

B (KG)
Champ de fuite de sortie
pour l'aimant M2
f (θ) (KG x degré
60
40
20
10
2
0
5
10
15
θ (degrés)
f (θ)= ∫ B (θ) dθ
face
Mécanique
face
Virtuelle
2°.8

Figure : 33

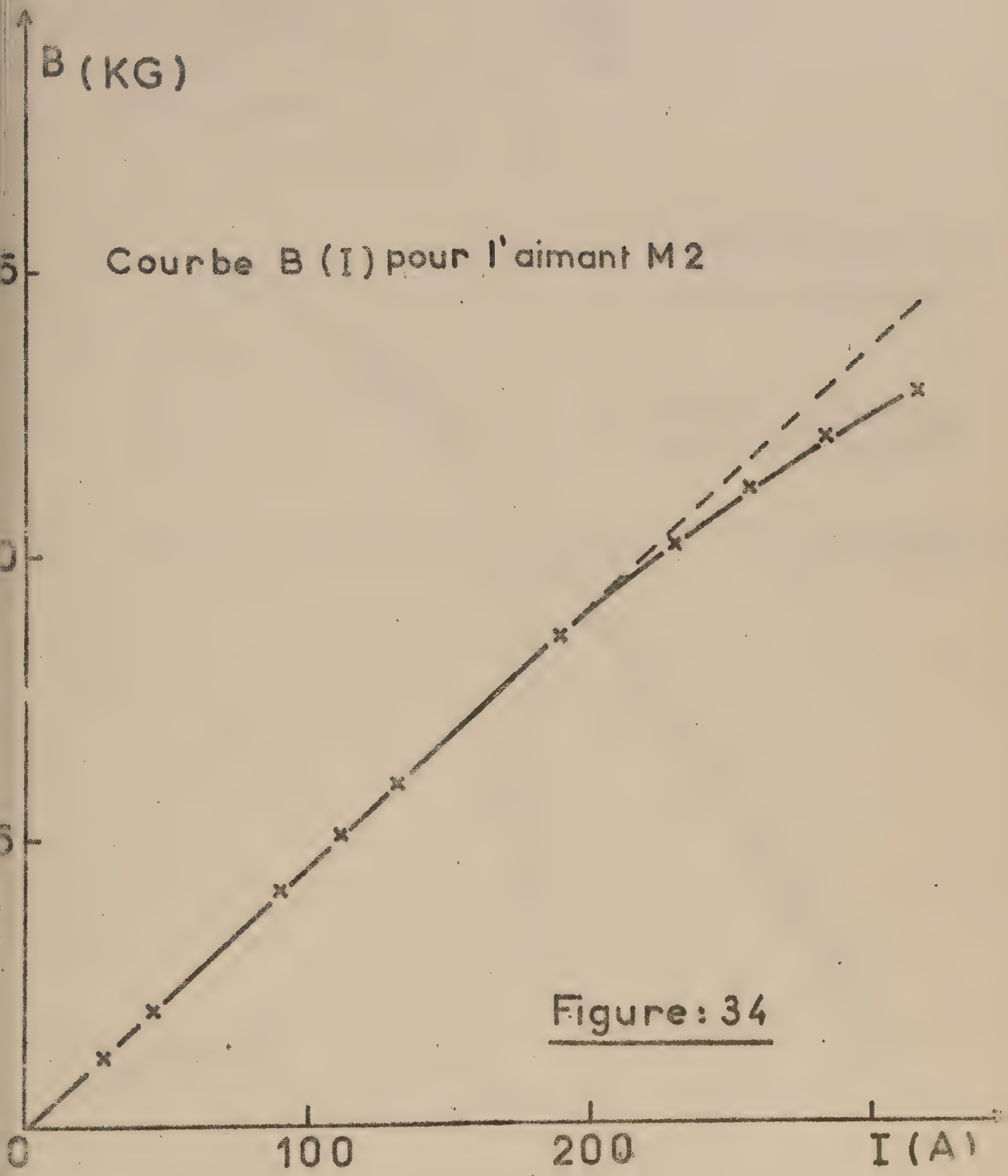


Figure : 34

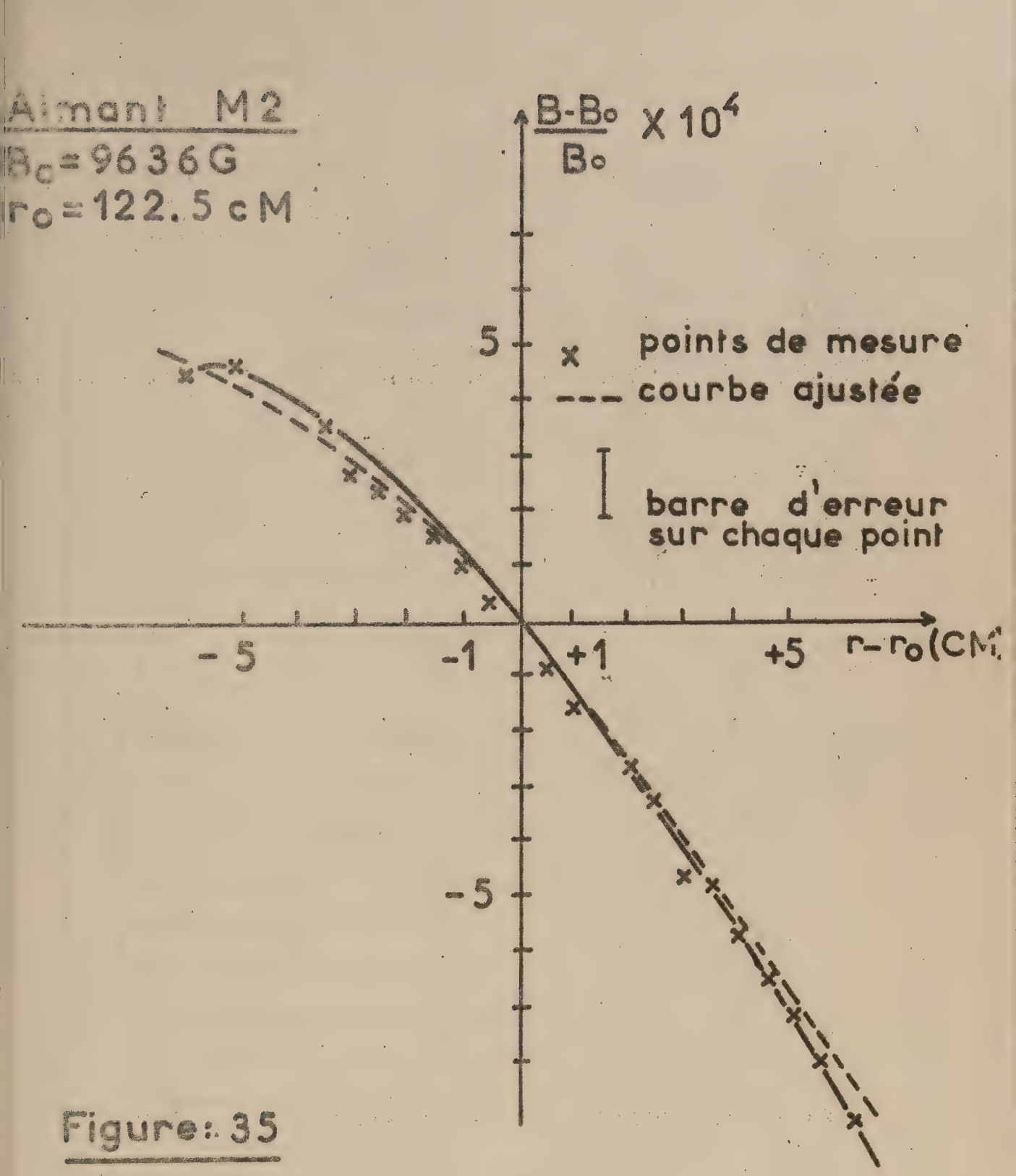
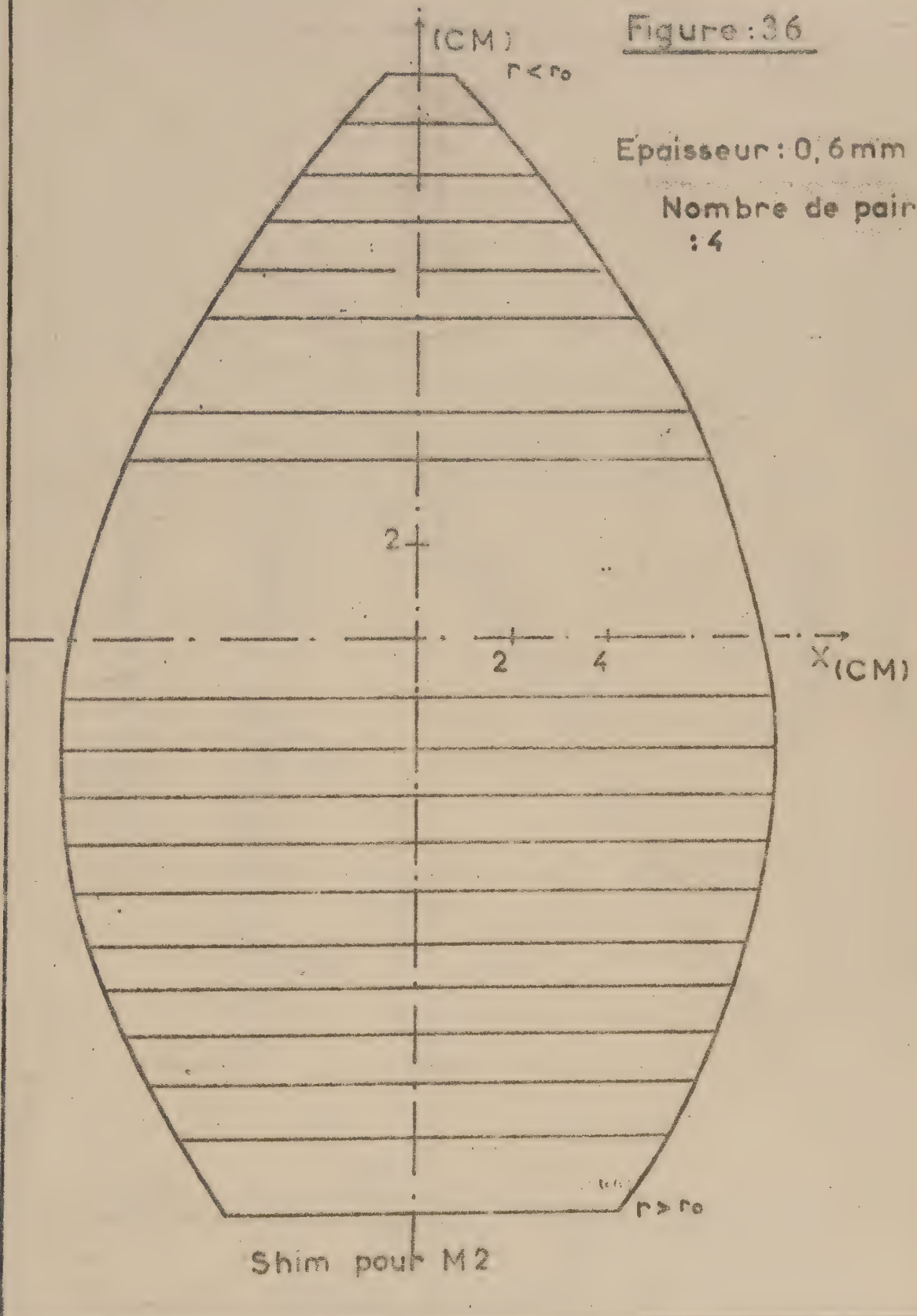

Aimant M2
$B_o = 9636\,G$
$r_o = 122.5\,cM$
$\frac{B-B_o}{B_o} \times 10^4$
5
-5
-1
+1
+5
$r-r_o$ (CM)
x points de mesure
--- courbe ajustée
barre d'erreur sur chaque point

Figure: 35

Figure : 36


(CM)
r < ro
Epaisseur : 0,6 mm
Nombre de paires : 4
2
2
4
X (CM)
r > ro
Shim pour M2

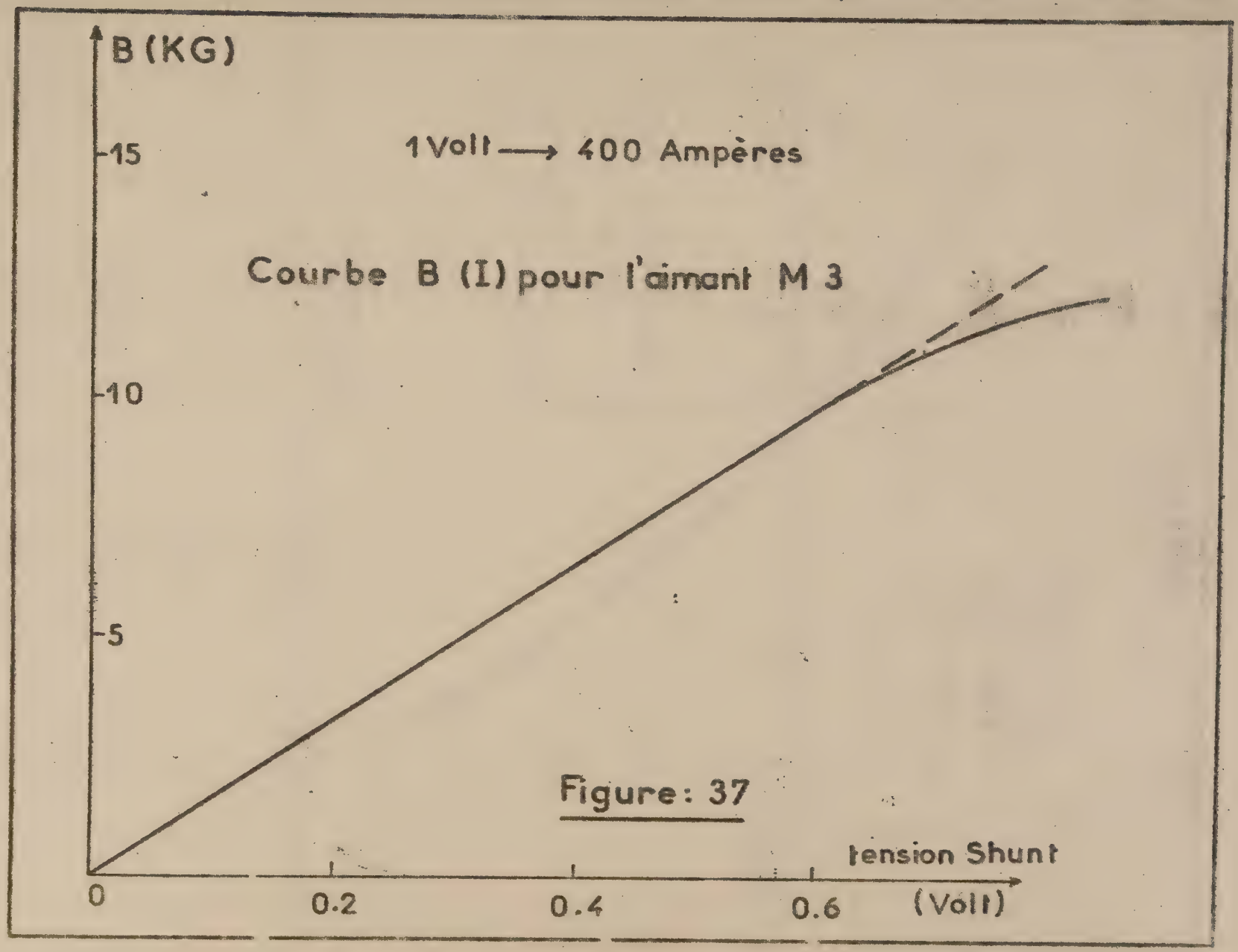

B (KG)
15
10
5
1 Volt ⟶ 400 Ampères
Courbe B (I) pour l'aimant M 3
0
0.2
0.4
0.6
tension Shunt
(Volt)

Figure: 37

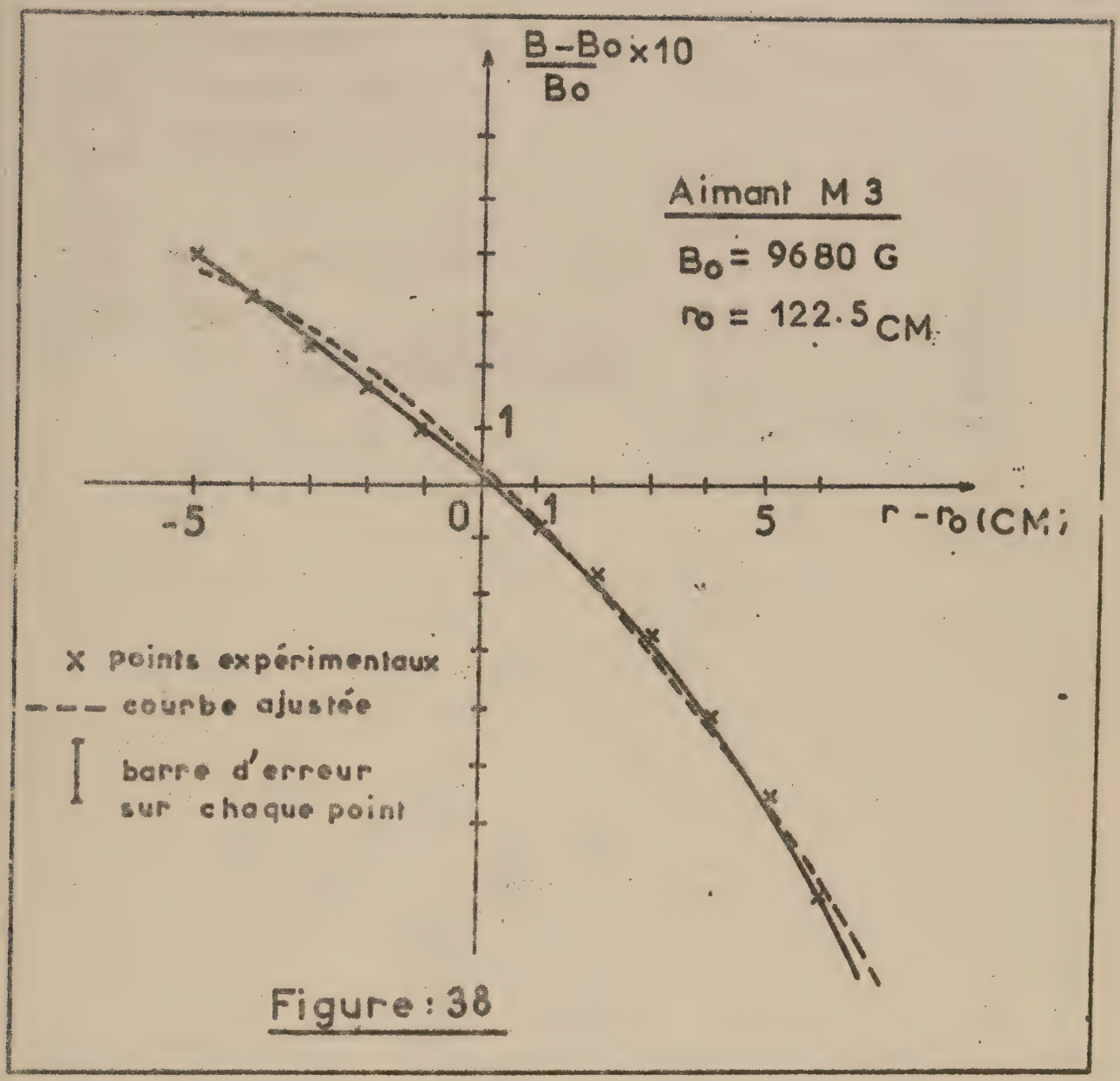
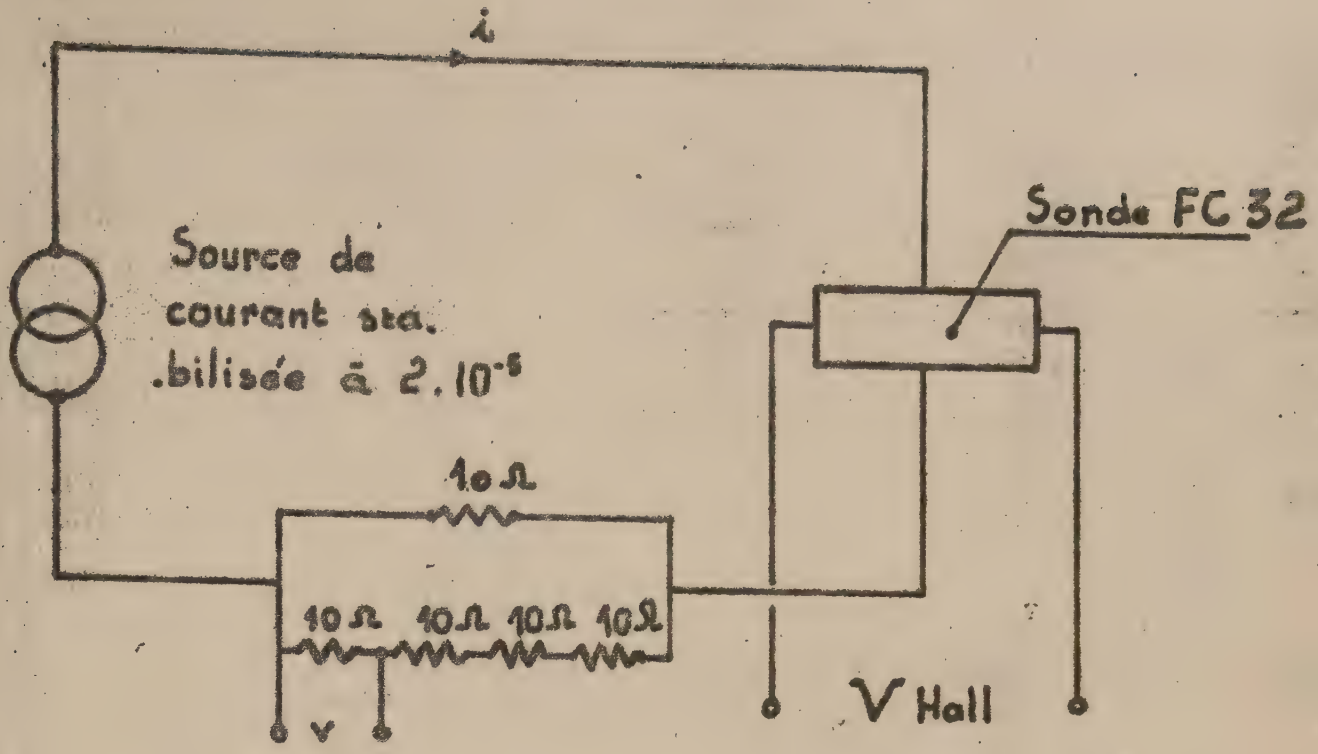
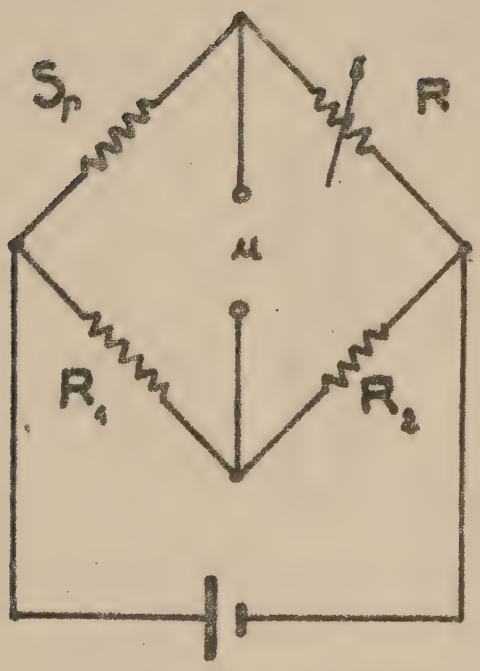

B-Bo/Bo x10
Aimant M 3
Bo = 9680 G
ro = 122.5 CM
1
-5
0
1
5
r - ro (CM)
X points expérimentaux
courbe ajustée
barre d'erreur sur chaque point

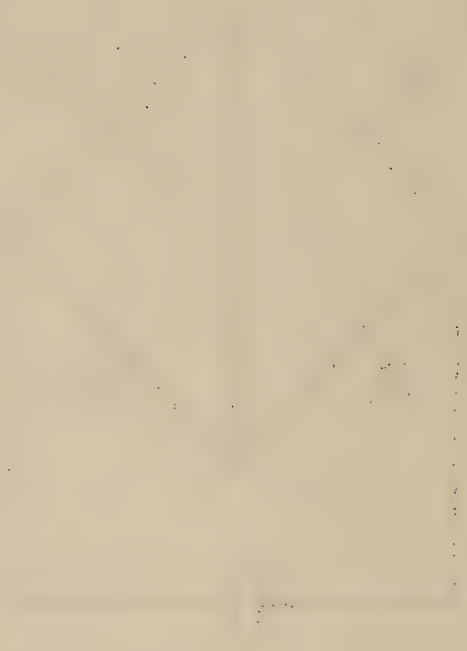
Figure : 38



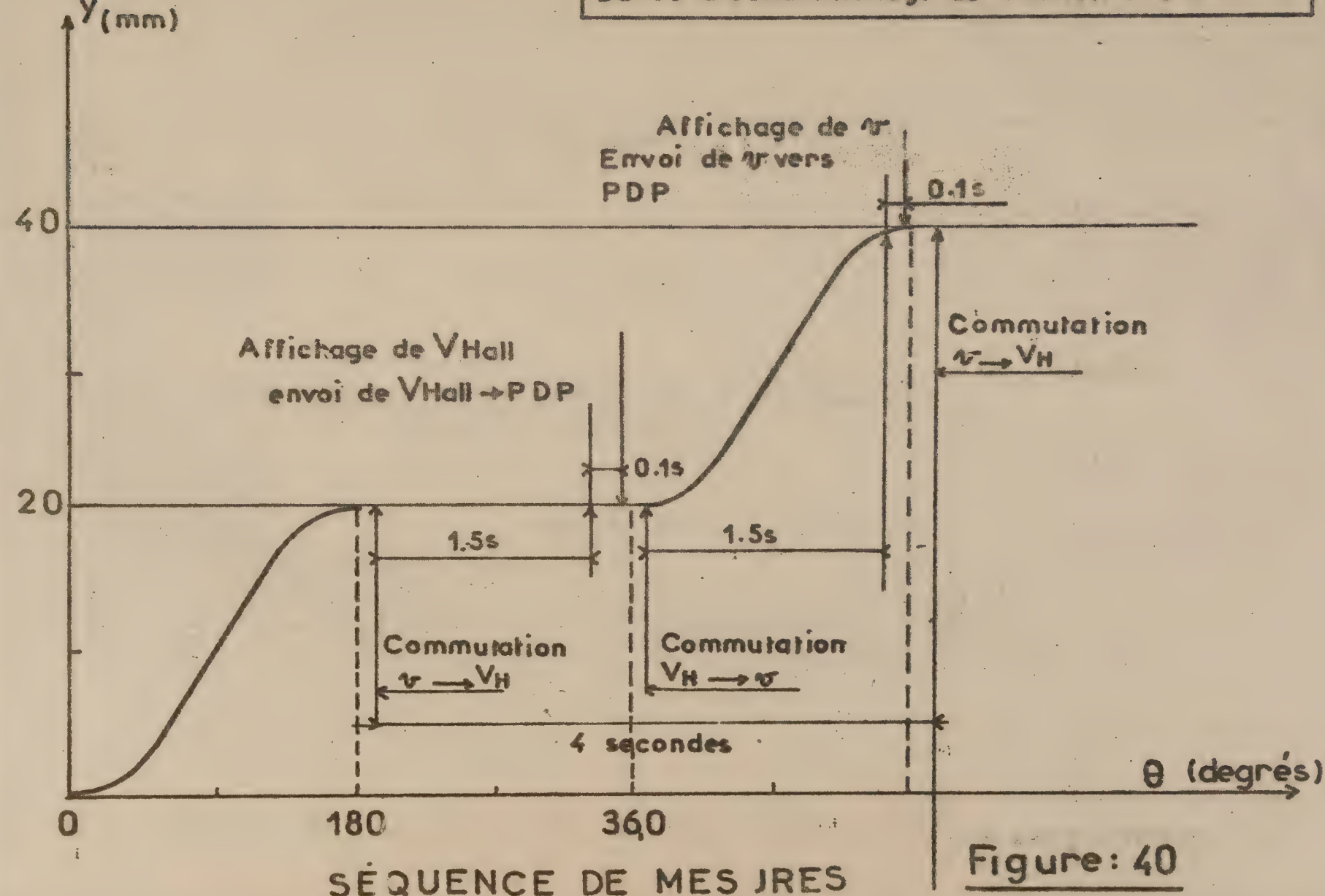


Source de tension (1V)

Figure 39



Temps d'intégration du préamplificateur : 1.5s
Durée d'échantillonage du voltmètre : 0.1s



SÉQUENCE DE MESURES

Figure : 40

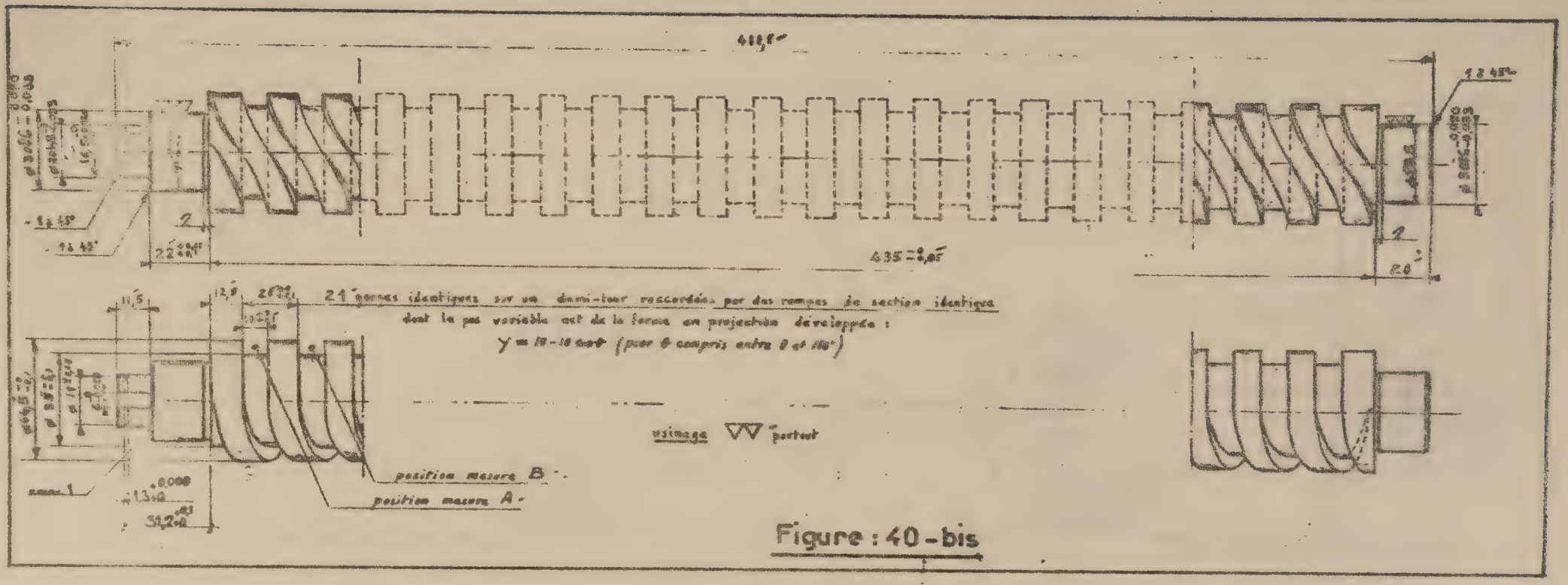


Figure : 40-bis

Coupe transversale du dipôle

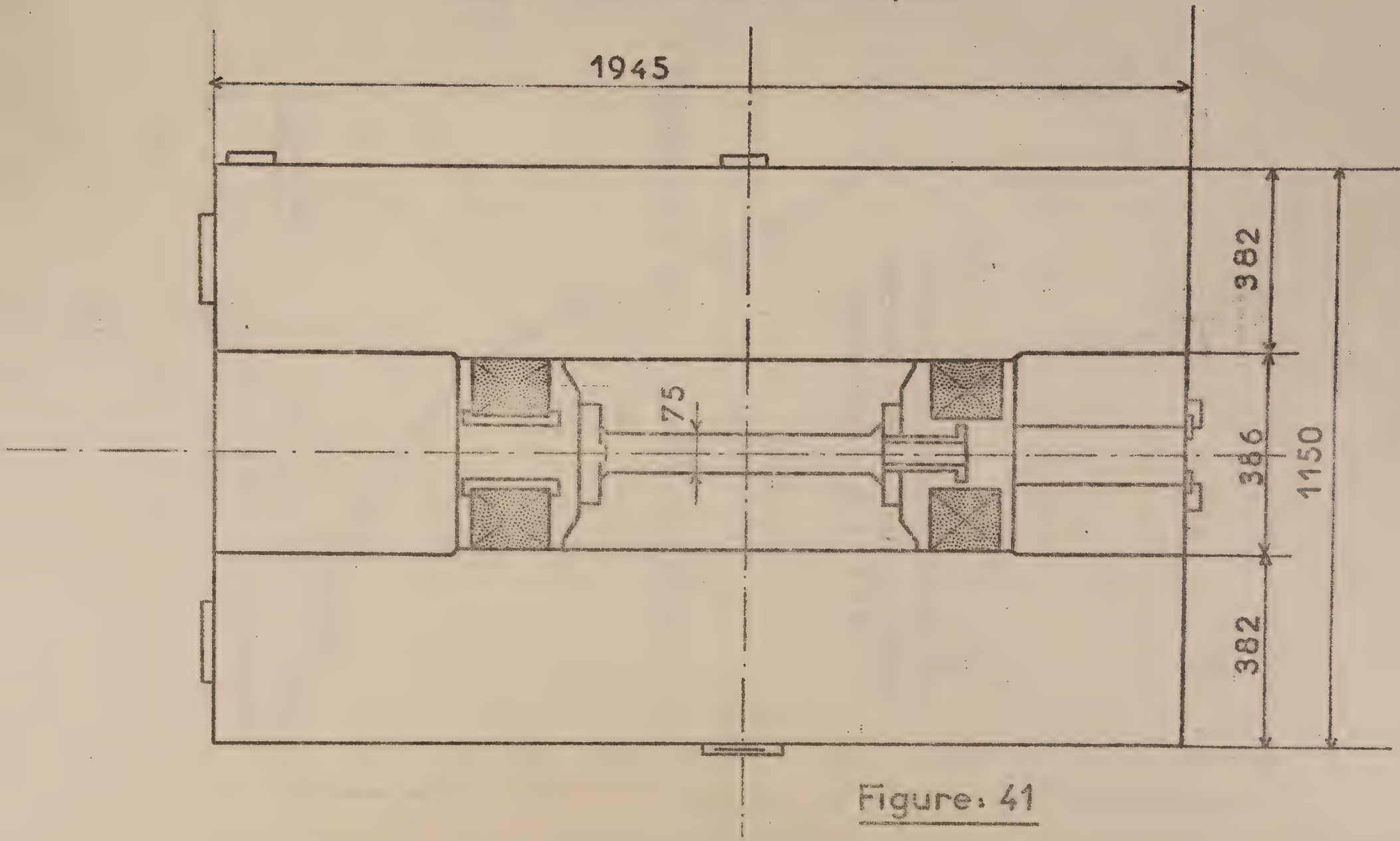


Figure: 41

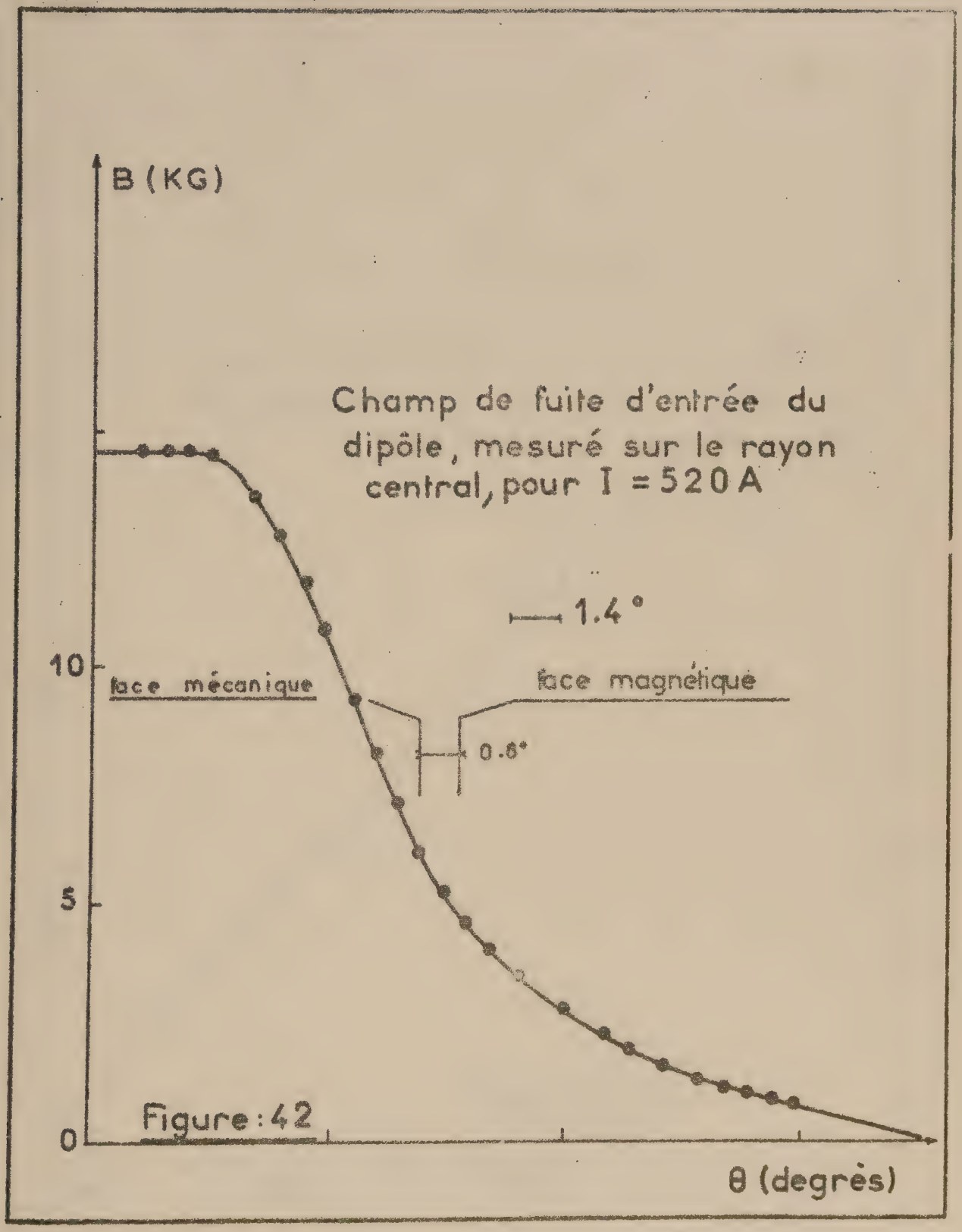

B (KG)
Champ de fuite d'entrée du dipôle, mesuré sur le rayon central, pour I = 520 A
1.4°
10
face mécanique
face magnétique
0.6°
5
0
θ (degrès)

Figure : 42

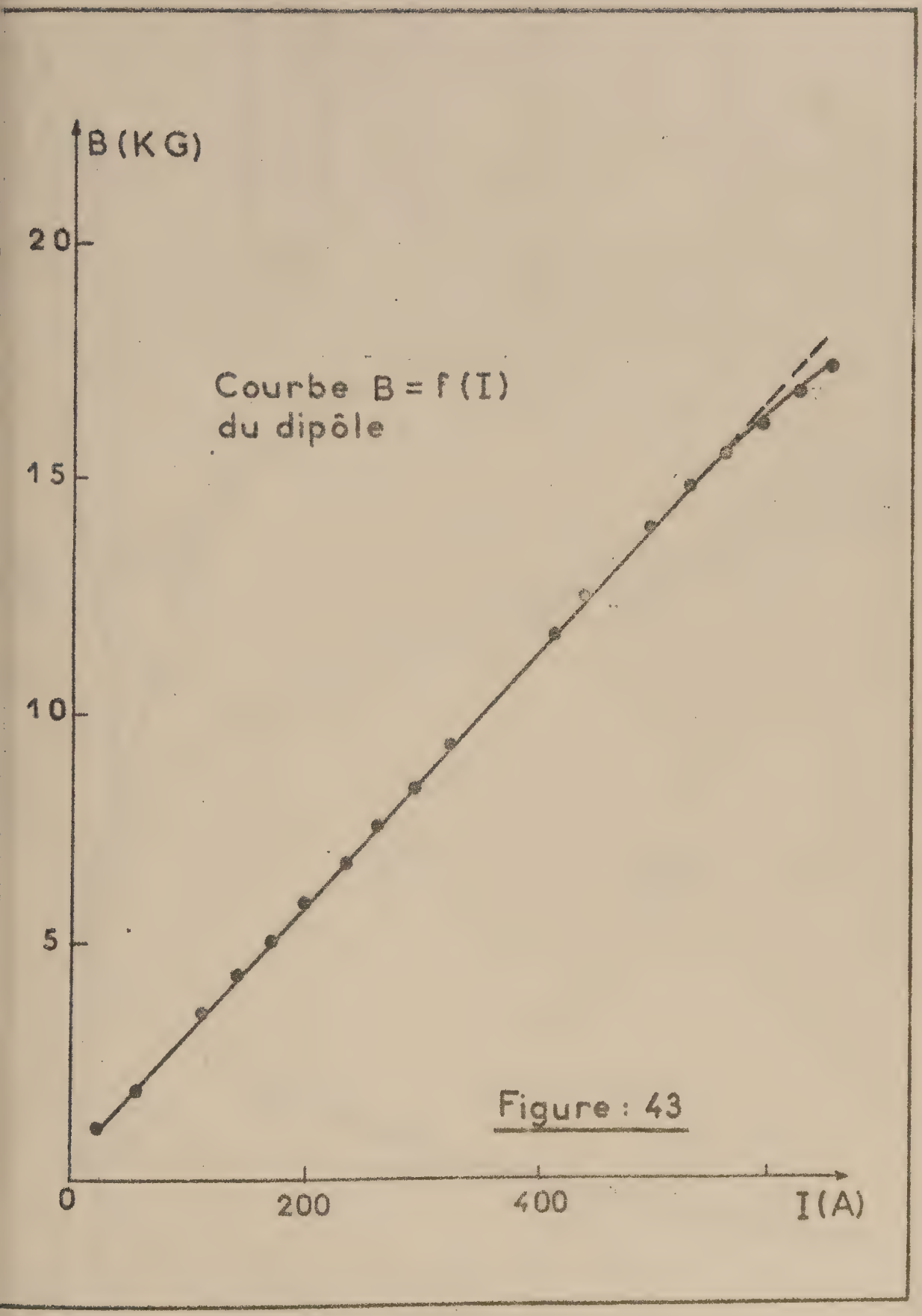


Figure : 43

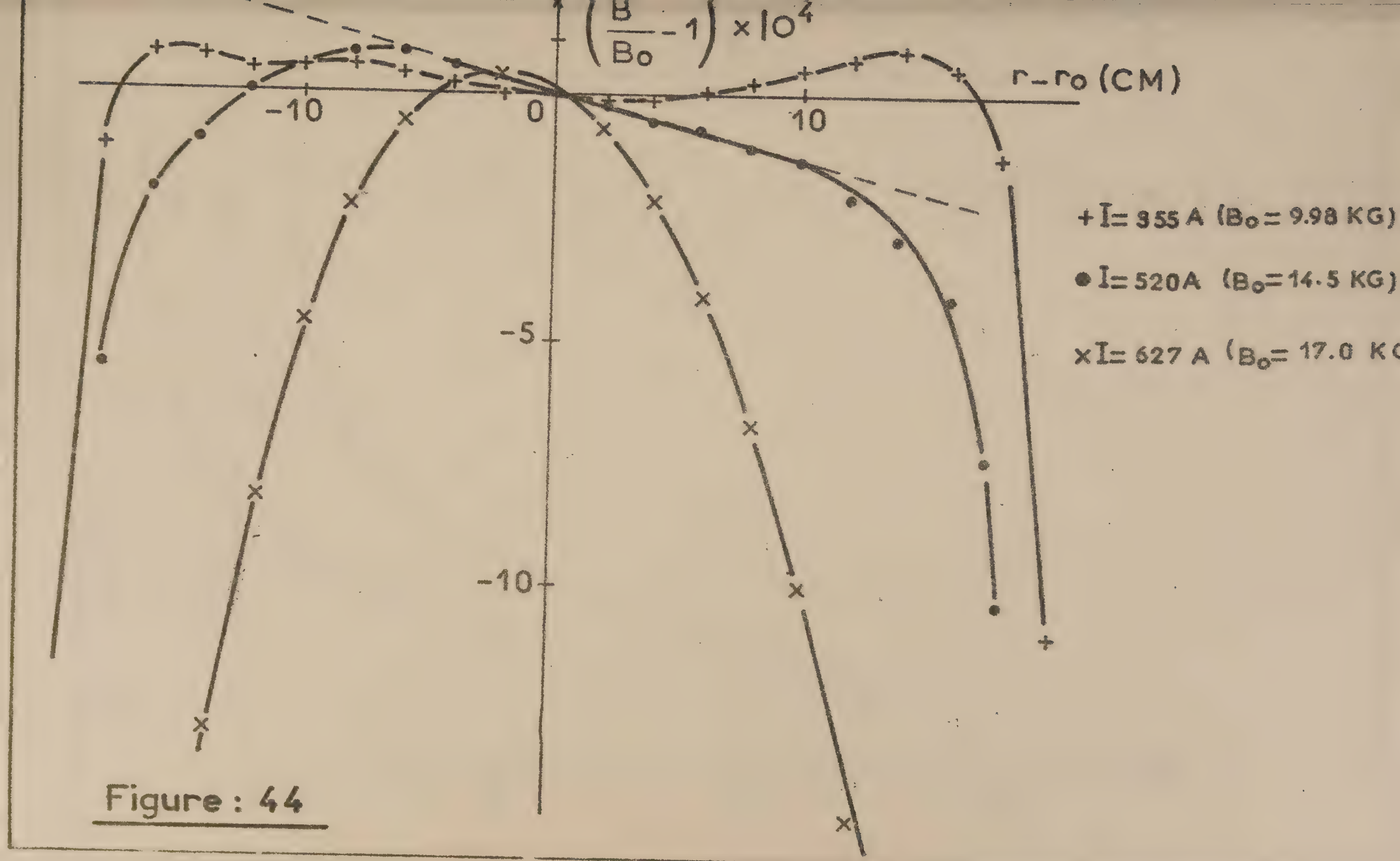

$\left(\frac{B}{B_o}-1\right)\times 10^4$
r-ro (CM)
-10
0
10
-5
-10
+ I= 355 A (Bo= 9.98 KG)
● I= 520A (Bo= 14.5 KG)
× I= 627 A (Bo= 17.0 KG

Figure : 44

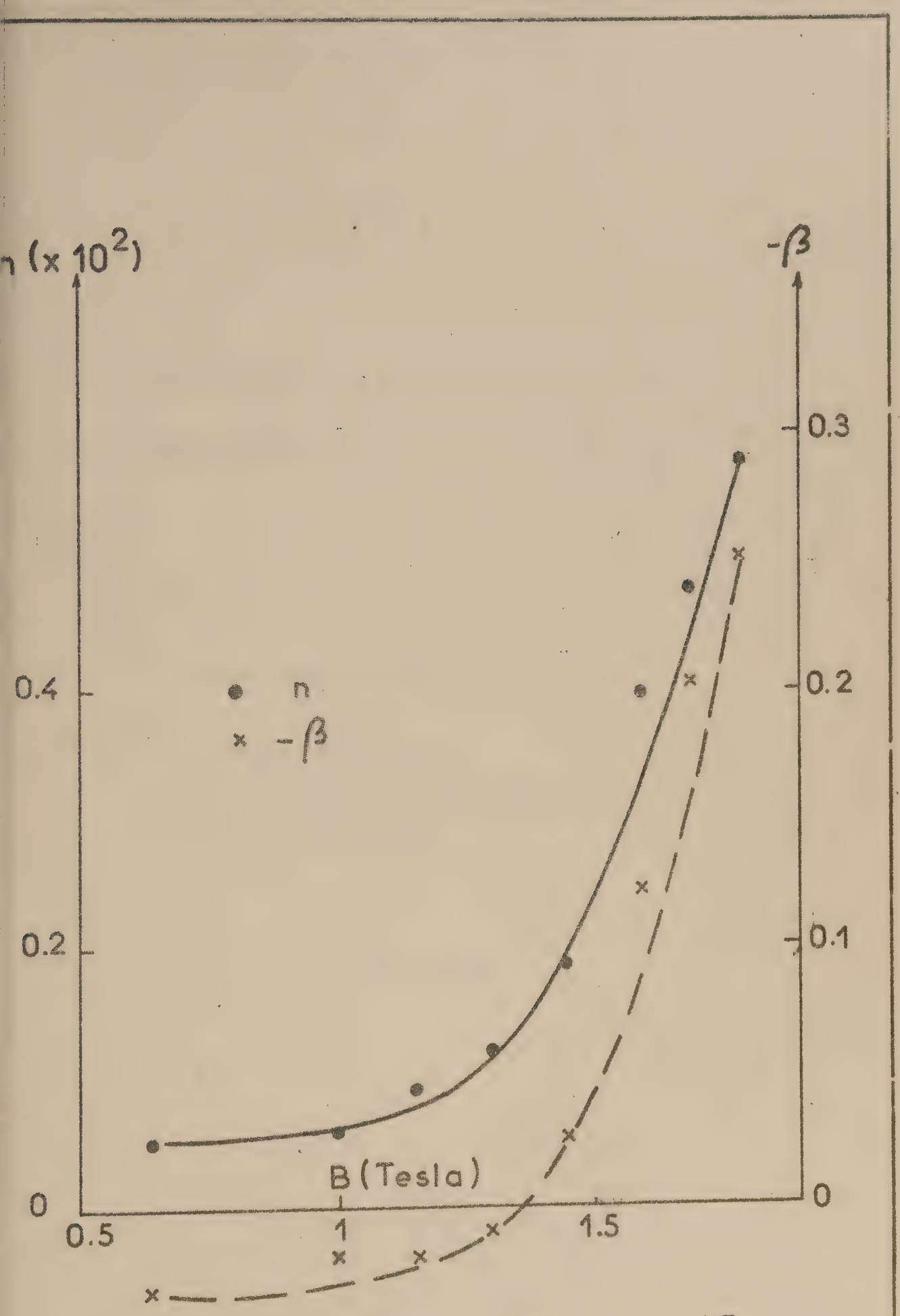


Figure : 45

A N N E X E I

- Le transport des particules par la méthode matricielle

- Le programme "Transport" (7)

SOMMAIRE

I - Etude théorique

II - Définition des termes au premier ordre

III - Eléments du deuxième ordre

1 - Corrections multipolaires

2 - Pouvoir de résolution au deuxième ordre

3 - Inclinaison du plan focal

I - ETUDE THEORIQUE

Nous étudions les trajectoires de particules chargées dans un champ magnétique statique possédant un plan de symétrie. On développe en série de Taylor les écarts de trajectoires quelconques par rapport à une trajectoire prise comme référence.(6) .

Une trajectoire quelconque de moment p peut être repérée par rapport à la trajectoire centrale de moment p_o à l'aide d'un vecteur V = V (x, θ, y, φ, δ) où δ est l'écart relatif en moment ($\delta = (p - p_o)/p_o$) et les variables x, θ, y, φ des fonctions du temps (figure A1-1) OM est la trajectoire quelconque, OL, ON ses projections sur les plans horizontal et vertical. Chaque variable mentionnée ci-dessus peut être développée en série, en fonction des valeurs x_o , φ_o , y_o , θ_o prises par ces variables à un instant initial, sous la forme :

$$x(s) = (x/x_o)\,x_o + (x/x'_o)\,x'_o + (x/\delta)\,\delta + (x/x_o^2)\,x_o^2 + \dots$$

$$y(s) = (y/y_o)\,y_o + (y/y'_o)\,y'_o + \dots$$

ou plus généralement :

$$x(s) = \sum \left(x/x_o^{\alpha}\, y_o^{\beta}\, x'^{\gamma}_o\, y'^{\mu}_o\, \delta^{\chi}\right) x_o^{\alpha}\, y_o^{\beta}\, x'^{\gamma}_o\, y'^{\mu}_o\, \delta^{\chi} \qquad (I)$$

(s est l'abscisse curviligne, les coefficients $(x/x_o^{\alpha}\ y_o^{\beta}\ x'^{\gamma}_o\ y'^{\mu}_o\ \delta^{\chi})$ sont des fonctions de s et $x' = \frac{dx}{ds}$, $y' = \frac{dy}{ds}$)

La détermination d'une trajectoire quelconque impose donc la connaissance de ces coefficients.

Pour ceci, partons de l'équation fondamentale :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right) \qquad (1)$$ où $\vec{p}$ est le moment

de la particule et t le temps. (se reporter à la figure A1-2 pour les notations qui suivent).

Dans une première partie, nous éliminons la variable temps de façon à ce que seules des variables spatiales interviennent :

$$\vec{v} = v\,\frac{d\vec{T}}{dT} \quad , \quad \vec{p} = p\,\frac{d\vec{T}}{dT} \quad , \quad \vec{v} = \frac{d\vec{T}}{dt}$$

donc $$\frac{d\vec{p}}{dt} = v\,\frac{d}{dT}\left(p\,\frac{d\vec{T}}{dT}\right)$$

La formule (1) se transforme en :

$$\frac{d}{dT}\left(p\,\frac{d\vec{T}}{dT}\right) = \frac{q}{v}\left(\frac{d\vec{T}}{dt} \wedge \vec{B}\right) \qquad (2)$$

soit $$\frac{dp}{dT} \cdot \frac{d\vec{T}}{dT} + p\,\frac{d^2\vec{T}}{dT^2} = \frac{q}{v}\left(\frac{d\vec{T}}{dt} \wedge \vec{B}\right)$$

Le vecteur dérivée d'un vecteur unitaire étant perpendiculaire à ce dernier :

$$\frac{dp}{dT} = 0 \qquad (p \text{ est une constante})$$

et $$\frac{d^2\vec{T}}{dT^2} = \frac{q}{p}\left(\frac{d\vec{T}}{dT} \wedge \vec{B}\right) \qquad (3)$$

(Dorénavant la variable t désigne l'abscisse curviligne OA : voire figure A1-2)

Soit en A un trièdre trirectangle $\vec{n}$, $\vec{b}$, $\vec{t}$:

$\rho_o = -\frac{dt}{d\alpha}$ (α est l'angle de rotation, ρ_o le rayon de courbure de la trajectoire de référence).

$$\vec{t} = \frac{d\vec{OI}}{dt} \quad , \quad \vec{n} = \frac{d\vec{t}}{d\alpha}$$

On aboutit à la première formule de Serret Frénet :

$$\frac{d\vec{t}}{dt} = -h\vec{n} \qquad \left(h = \frac{1}{\rho_o}\right)$$

de même $\frac{d\vec{n}}{dt} = 0$ (rayon de torsion infini)

et $$\frac{d\vec{b}}{dt} = h\vec{t}$$

Reportons ces trois formules dans (3) et projetons sur les trois axes $\vec{n}$, $\vec{b}$, $\vec{t}$: en ne conservant que les termes au second ordre, on obtient :

$$x'' - h(1+hx) - x'(hx' + h'x) = \frac{q}{p}T'\left[y'B_t - (1+hx)B_y\right]$$

$$y'' - y'(hx' + h'x) = \frac{q}{p}T'\left[(1+hx)B_x - x'B_t\right] \qquad (4)$$

(Les dérivées sont prises par rapport à t, p est le moment d'une particule quelconque, q sa charge).

Il reste à calculer les trois composantes du champ magnétique. L'équation de la trajectoire de référence satisfait à :

$$h = \frac{q}{p_0} B_y(o, o, t) \qquad (4 \text{ bis})$$

Prenons comme potentiel scalaire magnétique, dont dérive le champ, une fonction impaire en y, puisqu'un plan de symétrie existe :

$$\varphi = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{2m+1,n}(t) \frac{x^n}{n!} \cdot \frac{y^{2m+1}}{(2m+1)!}$$

En coordonnées cylindriques, les relations de Maxwell s'écrivent :

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 = \frac{1}{1+hx} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left[(1+hx) B_x\right] + \frac{1}{1+hx} \frac{\partial B_t}{\partial t} + \frac{\partial B_y}{\partial y} \qquad (5)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} = \frac{\partial B_x}{\partial y}, \quad \frac{1}{1+hx} \cdot \frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial B_t}{\partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial x}\left[(1+hx) B_t\right] = \frac{\partial B_x}{\partial t} \qquad (6)$$

ce qui en, reportant dans (5), donne :

$$\frac{h}{1+hx} \cdot \frac{\partial B_y}{\partial x} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} + \frac{1}{(1+hx)^2} \cdot \frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial y^2} = 0 \qquad (7)$$

Nous obtenons, par exemple, pour la composante B_y :

$$B_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{2m+1,n} \frac{x^n}{n!} \cdot \frac{y^{2m}}{2m!}$$

Les expressions de B_x et B_t nous permettent de noter qu'en chaque point du plan médian, le champ magnétique est perpendiculaire à ce plan. Les coefficients A, fonctions de t, sont liés aux caractéristiques du champ magnétique par :

$$A_{10} = B_y(o, o, t)$$

$$A_{11} = \left(\frac{\partial B_y}{\partial x}\right)_{o, o, t} \qquad (8)$$

$$A_{12} = \left(\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}\right)_{o, o, t}$$

En se servant de la relation (7), comme d'une formule de récurrence, nous obtenons par exemple :

$$A_{30} = -A''_{10} - A_{12} - h A_{11}$$

Nous pouvons introduire maintenant, les définitions d'indice au premier et deuxième ordre :

$$n(t) = \frac{-\rho_o}{B_y} \cdot \left(\frac{\partial B_y}{\partial x}\right)_{o,o,t}$$

$$\beta(t) = \frac{1}{2!} \cdot \frac{\rho_o^2}{B_y} \left(\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}\right)_{o,o,t}$$

ce qui conduit d'après les relations (8) aux expressions suivantes pour les coefficients intervenant dans le développement en série du champ :

$$A_{10} = \frac{h p_o}{q} \qquad \text{(à l'aide de 4 bis)}$$

$$A_{11} = -h^2 \frac{p_o}{q} n(t)$$

$$A_{12} = 2h^3 \frac{p_o}{q} \beta(t)$$

$$A_{30} = -h'' \frac{p_o}{q} - 2h^3 \frac{p_o}{q} \beta(t) + h^3 \frac{p_o}{q} n(t)$$

La composante B_y peut donc s'écrire :

$$B_y = h \frac{p_o}{q} \left[1 - n(t) h x + h^2 \beta(t) x^2 + \frac{y^2}{2!} \left(-\frac{h''}{h} + n h^2 - 2\beta h^2 \right) \right]$$

posant $p = p_o (1 + \delta)$, reportant les trois composantes B_x , B_y , B_t dans (4), on obtient les deux équations différentielles:

$$x'' + (1-n) h^2 x = h\delta + (2n - 1 - \beta) h^3 x^2 + h' x x' + \frac{1}{2} h x'^2 +$$

$$+ (2-n) h^2 x \delta + \frac{1}{2} (h'' - n h^3 + 2\beta h^3) y^2 +$$

$$+ h' y y' - \frac{1}{2} h y'^2 - h\delta^2 \qquad (9)$$

$$y'' + n h^2 y = 2(\beta - n) h^3 x y + h' x y' - h' x' y + h x' y' + n h^2 y \delta$$

Les solutions x et y de ces deux équations sont supposées être des développements en série donnés par (I). Les inconnues recherchées sont les coefficients de ces développements.

Fixons nous par exemple dans le cas du dipôle :

Les termes du premier ordre de (I) sont donnés par la résolution de deux équations homogènes :

$$x'' + (1 - n)\, h^2 x = 0$$

$$y'' + n h^2\, y = 0$$

dont les solutions particulières sont : $(0 < n < 1)$

$$X_1 = \cos\sqrt{1-n}\, ht = (x/x_o)$$

$$X_2 = \frac{1}{h\sqrt{1-n}} \cdot \sin\sqrt{1-n}\, ht = (x/x'_o)$$

$$Y_1 = \cos\sqrt{n}\, ht = (y/y_o)$$

$$Y_2 = \frac{1}{h\sqrt{n}} \sin\sqrt{n}\, ht = (y/y'_o)$$

Les termes du second ordre et le terme dispersion s'obtiennent en résolvant une équation générale de la forme :

$$a'' + (1 - n)\, h^2\, a = F(t) \qquad (10)$$

où a peut être x/δ ou (x/x_o^2) par exemple.

En appliquant la méthode de variation des constantes, on peut montrer que a se met sous la forme :

$$a(t) = X_2 \int_o^t F(t) X_1(t)\, dt - X_1 \int_o^t F(t) X_2(t)\, dt \qquad (11)$$

prenons comme exemple $F(t) = h$

on obtient : $$a(t) = (x/\delta) = \frac{(1-\cos\sqrt{1-n}\, ht)\, h}{(1-n)h^2} \qquad (12)$$

La même méthode s'applique pour la deuxième équation de (9) ayant trait au plan vertical.

Calculant ainsi tous les coefficients du premier et du deuxième ordre du développement (I), nous sommes en mesure de construire matriciellement le vecteur V_s (x, x', y, y', δ) de sortie en fonction du vecteur d'entrée V_E $(x_o, x'_o, y_o, y'_o, \delta)$. C'est un des buts du programme "Transport".

II - DEFINITION DES TERMES AU PREMIER ORDRE

Dans le cas du transport d'un faisceau d'un objet $(t = o)$ vers une image $(t = t_1)$.

- l'excursion finale est indépendante de x'_o soit $X_2(t_1) = (x/x'_o) = 0$
- (x/x_o) caractérise le grandissement longitudinal
- (x'/x'_o) caractérise le grandissement angulaire.
- la dispersion peut s'écrire (voir 11)

$$(x/\delta) = - X_1 (t_1) \int_0^{t_1} h(t)\, X_2 (t)\, dt \qquad (13)$$

La résolution en moment du système s'exprime par la formule :

$$R = \left| \frac{(x/x_0)\, x_0}{(x/\delta} \right| \qquad (14)$$

($(x/x_0)\, x_0$ représente la grandeur de l'image).

Exprimons le pouvoir de résolution, inverse de R :

$$R_1 = \frac{1}{R} = \frac{\int_0^{t_1} h(t) X_2(t)\, dt}{x_0} \qquad (15)$$

avec $h(t) = \frac{q}{p_0} B_y (o, o, t)$

Si x'_0 est l'angle total d'émission à partir d'un objet monoénergétique, $x(t) = X_2 (t)\, x'_0$ représente alors à l'abscisse t, l'écart total entre deux trajectoires provenant d'un objet ponctuel, sous les incidences $\pm x'_0 / 2$, et $x_0\, x'_0$ est l'émittance de la source.

L'expression (15) devient :

$$R_1 = \frac{q}{p_0} \cdot \frac{1}{x_0 x'_0} \cdot \int_0^{t_1} B_y(0,0,t)\, x(t)\, dt \qquad (16)$$

Cette intégrale représente le "flux coupé" par l'aire hachurée de la figure A1-3.

Réaliser un système à haut pouvoir de résolution revient à rendre cette aire maximum. Un angle de déviation important, une face inclinée (divergente dans le plan horizontal), l'adjonction d'un singulet divergent précédant l'aimant sont autant de possibilités.

III - ELEMENTS DU DEUXIEME ORDRE

1 - Corrections multipolaires

Une fois la solution au premier ordre déterminée, nous pouvons étudier la voie de faisceau au deuxième ordre, et obtenir la correction des aberrations en introduisant des composantes hexapolaires : sextupoles, courbures de faces, indice au deuxième ordre du champ des aimants. Ces éléments doivent être introduits, dans la mesure du possible, à l'aide des coefficients de couplage des aberrations.

K. L. Brown [5] définit ces coefficients sous la forme :

$$\frac{\partial\left(x_i / x_0^{\alpha} y_0^{\beta} x_0'^{\gamma} y_0'^{\mu} \delta^{\chi}\right)}{\partial S_n} = \pm \frac{n!}{\alpha!\beta!\gamma!\mu!\delta!} G_i c_x^{\alpha} c_y^{\beta} s_x^{\gamma} s_y^{\mu} d_x^{\chi} \qquad (17)$$

avec $\alpha + \beta + \gamma + \mu + \chi = n$

- S_n est la force du multipole d'ordre n
- i vaut 1, 2, 3 ou 4 pour x, x', y, ou y'
- Le signe - est utilisé si y et (ou) y' apparaissent 0, 4, 8... fois
- Le signe + est utilisé si y et (ou) y' apparaissent 2, 6, 10.. fois
- s_x , s_y , c_x , c_y , d_x sont les solutions au premier ordre de l'équation différentielle et correspondent à X_2 , Y_2 , X_1 , Y_1 et à l'expression (12). Ils sont évalués à l'endroit τ du multipole.
- G_i sont les fonctions de Green (par exemple G_1 est égal à $s_x(t)\, c_x(\tau) - c_x(t)\, s_x(\tau)$, où t caractérise la fin du système).

Ainsi, pour un système réalisant une conjugaison objet image ($s_x(t) = 0$), nous déterminons le coefficient de couplage d'un sextupole S_2, localisé en τ, vis à vis de l'aberration $(x/y_0'^2)$ par :

$$\frac{\partial (x/y_0'^2)}{\partial S_2} = - c_x (t)\, s_x (\tau)\, s_y^2 (\tau)$$

($c_x (t)$ est égal au grandissement du système, et $s_x (\tau)$, $s_y (\tau)$ sont calculés à l'endroit du multipole).

Notons que si le multipole S_2 est localisé en un point où $s_y (\tau) = 0$ (image verticale), l'aberration $(x/y_0'^2)$ est indépendante de S_2. Ceci est un moyen de découpler l'influence d'un multipole vis à vis des aberrations d'ouverture horizontale et verticale.

H. Wollnick (30, 31) l'a très bien indiqué en précisant que certains multipoles devaient être placés de préférence à des endroits où le faisceau est étalé horizontalement et que en revanche les corrections étaient difficiles si le faisceau, pour tous les positions des multipoles, possédait une section pseudo circulaire.

2 - Pouvoir de résolution au deuxième ordre

La résolution en moment au deuxième ordre peut s'exprimer sous la forme :

$$R = \frac{\text{largeur à mi hauteur de la fonction de distribution à l'image pour des raies monoénergétiques}}{\text{dispersion}}$$

Une formule approchée, souvent employée est la suivante :

$$R = \frac{\left\{ M^2 O^2 + \sum \left[(x/x_0^\alpha\, y_0^\beta\, x_0'^\gamma\, y_0'^\mu\, \delta^\chi) x_0^\alpha\, y_0^\beta\, x_0'^\gamma\, y_0'^\mu\, \delta^\chi \right]^2 \right\}^{1/2}}{(x/\delta)}$$

(O est la grandeur de la source, M le grandissement, (x/δ) la dispersion à l'image).

Le système calculé est en principe corrigé de l'aberration d'ouverture radiale $(x/x_o'^2 = 0)$. Ainsi l'aberration résiduelle prépondérante est elle souvent due au terme $(x/y_o'^2)$. Dans ce cas la résolution s'écrit plus simplement:

$$R = \frac{\left[M^2 O^2 + \left((x/y_o'^2)\, y_o'^3\right)^2\right]^{1/2}}{(x/\delta)} \qquad (18)$$

3 - Inclinaison du plan focal

Si le système réalisé est dispersif dans le plan radial, les points de focalisation pour différentes énergies se situent sur une surface dont l'intersection par le plan horizontal s'appelle le "plan" focal.

L'aberration chromatique qui en découle est le terme $(x/x_o' \delta)\, x_o' \delta$. Placer le détecteur le long de cette surface focale élimine donc cette aberration. Cherchons à obtenir l'inclinaison de ce plan focal par rapport à la trajectoire centrale de moment p_o , au point de focalisation correspondant à cette énergie (figure A1-4).

Nous pouvons écrire :

$$KI = (x/\delta).\delta = Di\ \delta \quad (\delta = (p - p_o)/p_o)$$

Si $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ est une certaine matrice de transfert, jusqu'en un point O du système, le calcul de la longueur de focalisation l_1 (comptée à partir de ce point) pour $p = p_o$, s'obtient en annulant en I le terme $s_x(t)$, soit :

$$s_x(t) = B(p = p_o) + l_1\, D(p = p_o) = 0 \qquad \text{ou}$$

$$l_1 = -\left(\frac{B}{D}\right)_{p = p_o} \qquad (19)$$

De même la longueur de focalisation l_2 pour le moment p résulte de l'annulation du terme $B(p) + l_2\, D(p)$ ce qui donne :

$$l_2 = \frac{-B(p_o)}{D(p_o)} - \frac{D(p_o)\left(\frac{\partial B}{\partial p}\right)_{p=p_o} - B(p_o)\left(\frac{\partial D}{\partial p}\right)_{p=p_o}}{D^2(p_o)} \, dp \qquad (20)$$

Or en partant d'un objet ponctuel, émettant des particules de moment p, l'excursion x à l'image I peut s'écrire :

$$x = Di\ \delta + (x/x'_o\ \delta)\ x'_o\ \frac{dp}{p_o}$$

Soit :

$$(x/x'_o\delta)\frac{1}{p_o} = \left(\frac{\partial B}{\partial p}\right)_{p=p_o} - \frac{B(p_o)}{D(p_o)} \cdot \left(\frac{\partial D}{\partial p}\right)_{p=p_o} \qquad (21)$$

(en effet $x/x'_o\ \delta$ peut s'interpréter comme la variation du terme $B(p) + l_1\ D(p)$ qui est nul dans notre cas pour $p = p_o$).

L'association des expressions (19), (20), (21) nous conduit à :

$$\Delta l = l_2 - l_1 = -\frac{1}{D(p_o)} \quad (x/x'_o\ \delta) \cdot \delta \qquad (22)$$

sachant que $\frac{1}{D\ (p_o)}$ = (x/x_o) = grandissement en I et que :

$$tg\ \Psi = \frac{JM}{IM} \sim \frac{KI}{IM} \sim \frac{Di\ \delta}{\Delta\ l} \qquad \text{(figure A1-4)}$$

nous obtenons le résultat général :

$$tg\ \Psi = -\frac{(x/\delta)}{(x/x_o)(x/x'_o\ \delta)} \qquad (23)$$

Nous constatons facilement que l'excursion en J peut s'écrire :

$$x = [B(p_o) + l_2 D(p_o)] x'_o + (x/x'_o \delta) x'_o \delta + Di \delta$$

qui grâce à l'expression (22) se réduit à :

$$x = Di \delta$$

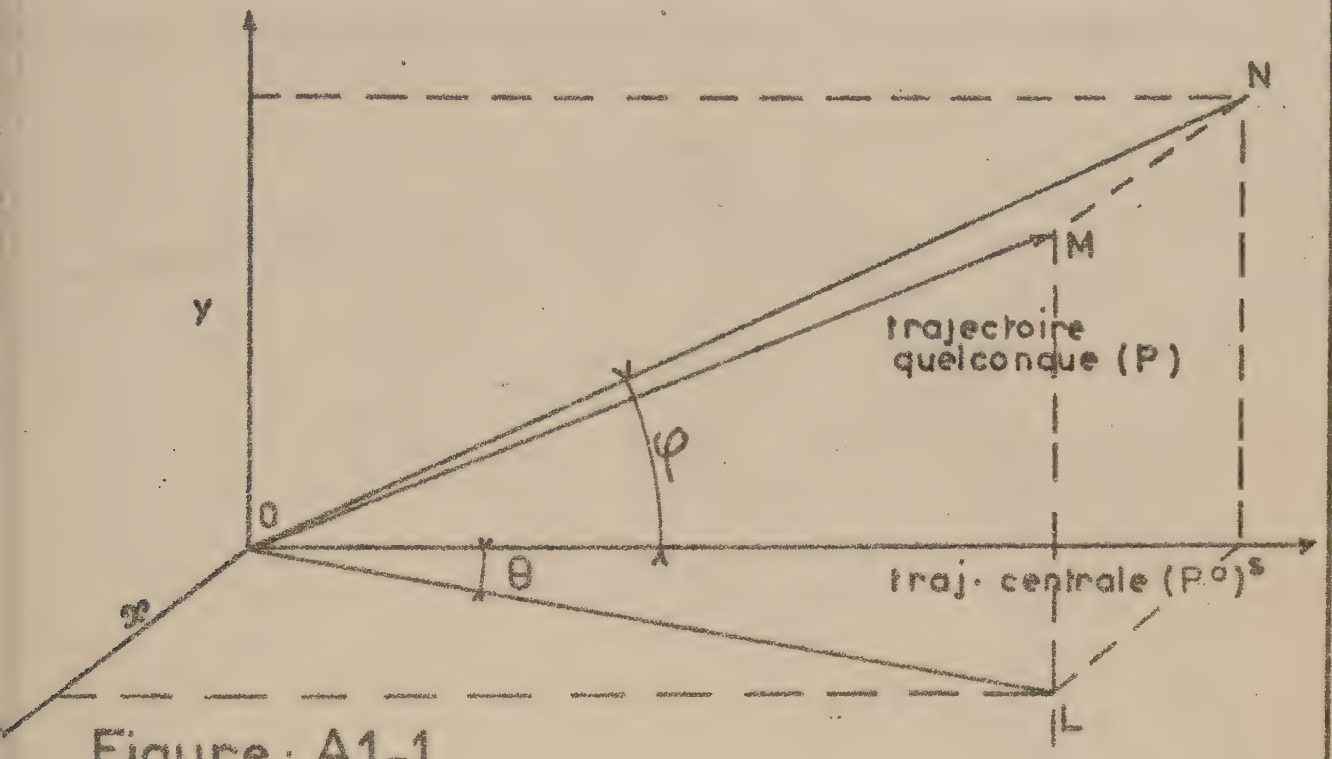
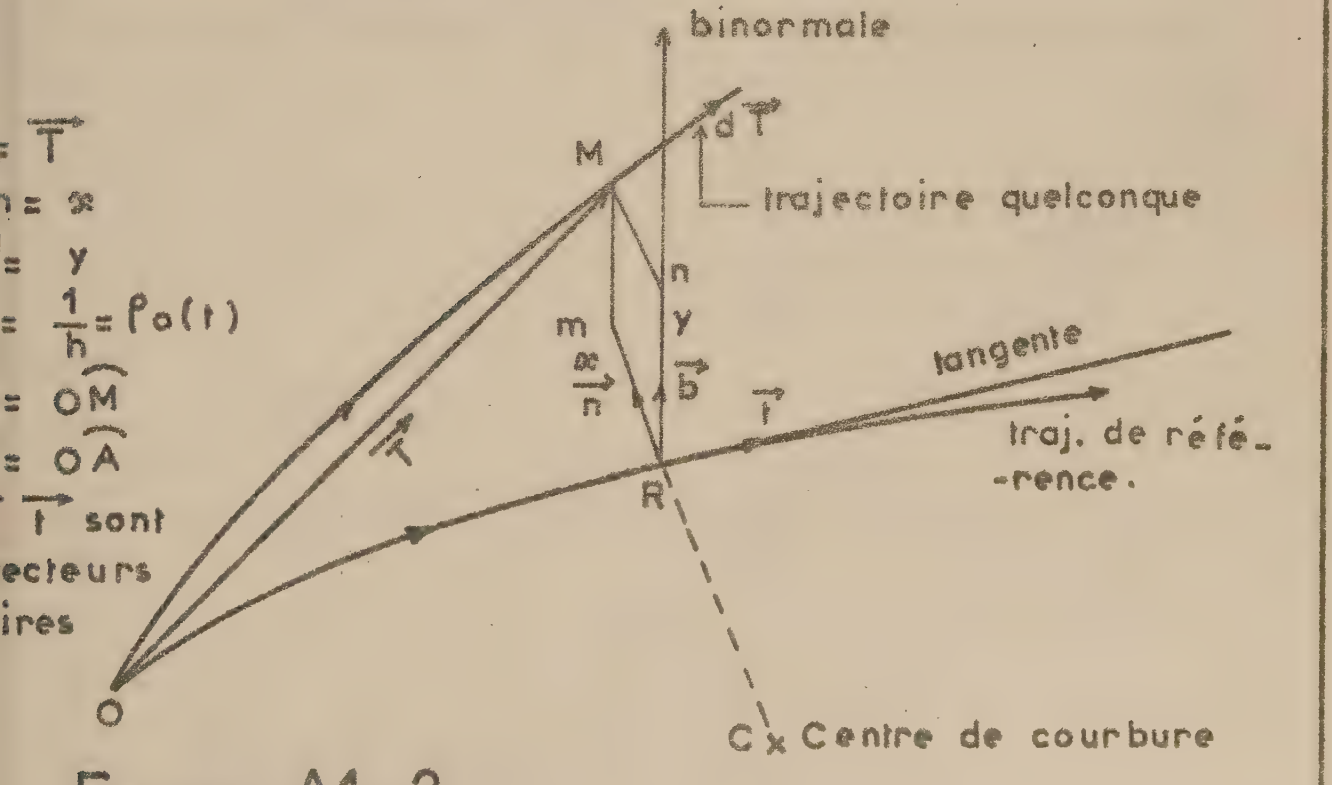


Figure : A1-1



= $\overrightarrow{T}$
= x
= y
= $\frac{1}{h}$ = ρo(t)
= $\widehat{OM}$
= $\widehat{OA}$
$\overrightarrow{t}$ sont
ecteurs
ires

Figure : A1-2

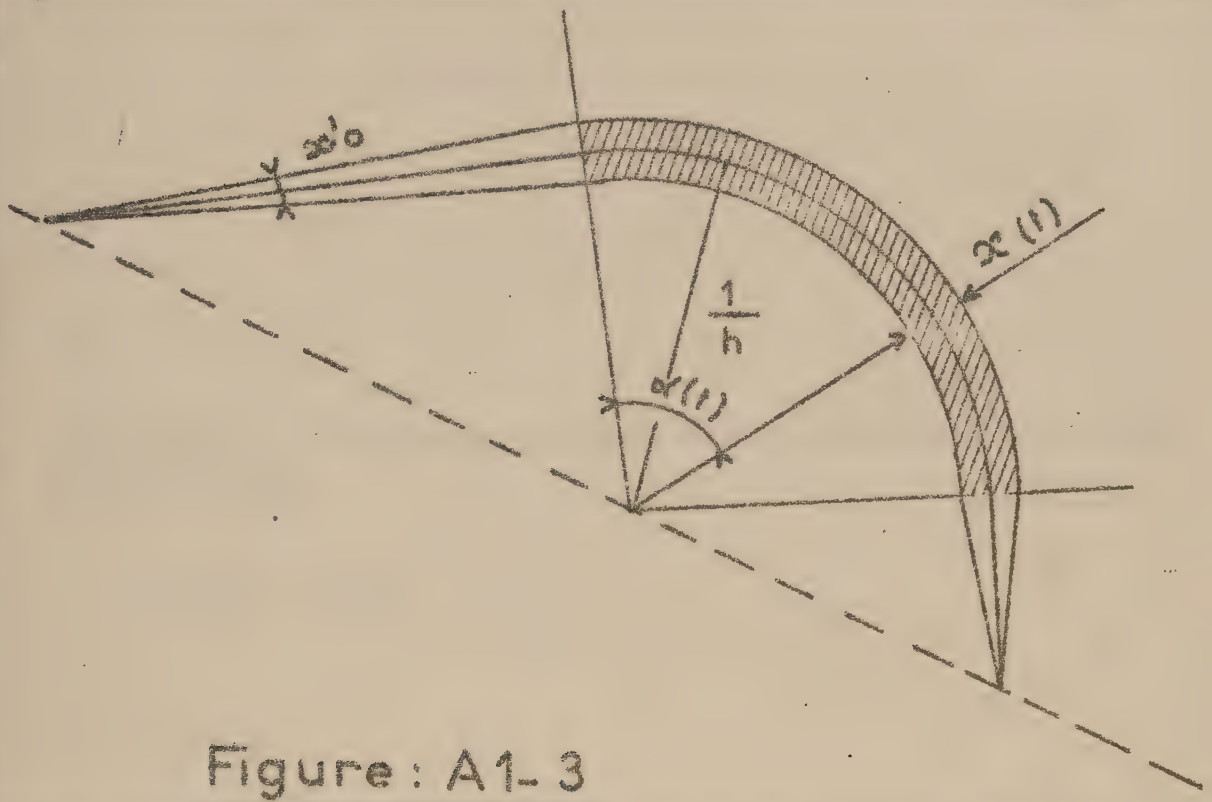


Figure : A1-3

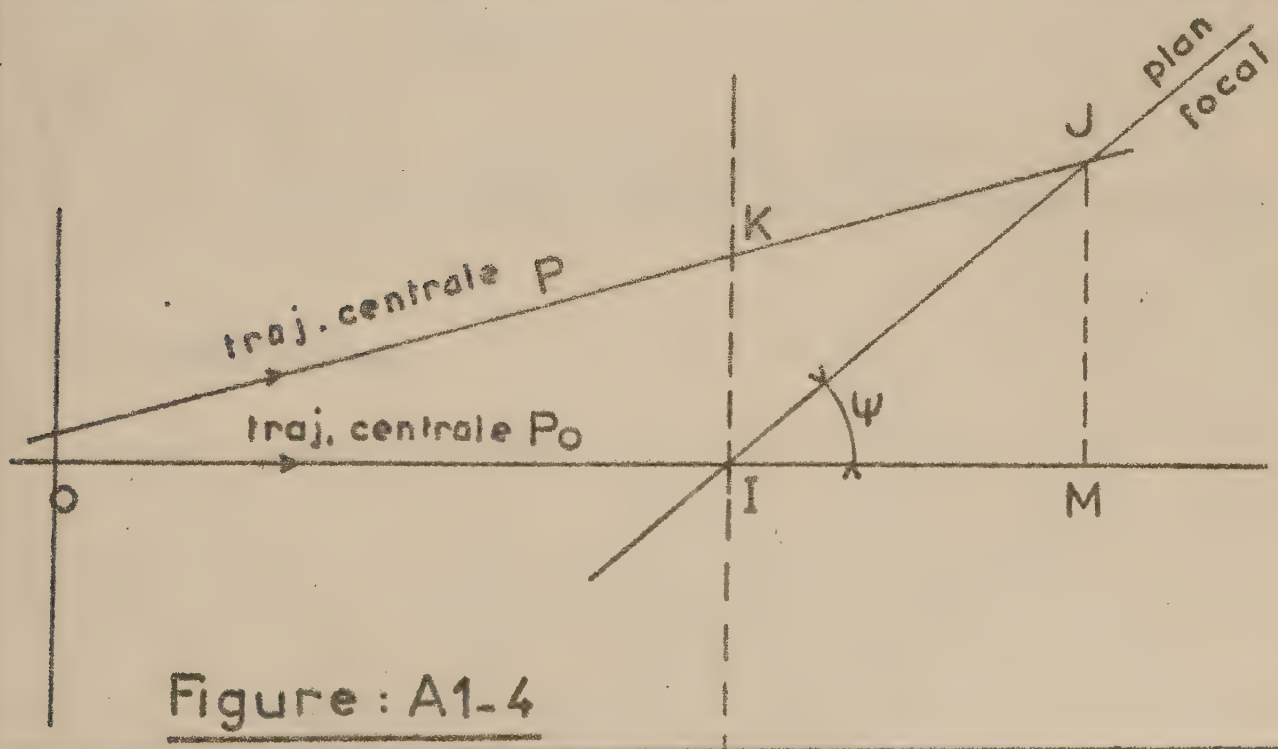


Figure : A1-4

A N N E X E I I

- Le transport des particules chargées dans un champ magnétique par une méthode numérique

- Le programme "Orbite" (21, 22)

SOMMAIRE

I - Introduction

II - Première méthode numérique
  1 - Principe
  2 - Détermination du champ en un point quelconque
  3 - Intégration numérique, en supposant que le champ est constant sur un pas

III - Deuxième méthode

IV - Version actuelle "d'Orbite"

-+-+-+-+-+-+-+-+-

I - INTRODUCTION

La méthode matricielle du programme "transport" permet des calculs simples mais du fait de l'utilisation des développements en série de Taylor limités au 2ème ordre, impose que les écarts des trajectoires quelconques par rapport à une trajectoire donnée choisie comme référence soient des infiniment petits. L'étude de spectromètres à grande bande d'énergie ou à large acceptance angulaire ne peut être réalisée par cette méthode. De plus la prise en compte d'une cartographie de champ impose l'utilisation d'un programme effectuant l'intégration numérique des trajectoires prises une à une.

II - PREMIERE METHODE NUMERIQUE

1 - Principe

On intègre la trajectoire pas à pas, en supposant que sur le pas considéré, le champ est constant. Ceci impose surtout dans les zones de champ de fuite, des pas petits devant la maille du réseau de mesures. D'autre part on suppose que le volume du champ intéressant les particules possède un plan de symétrie : Les mesures sont donc faites dans ce plan, les valeurs du champ hors plan étant déduites à l'aide des formules de Maxwell :

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = 0 \qquad \text{(dans l'air)}$$

Du fait de l'existence de ce plan de symétrie en effet, seule la composante verticale du champ B_z est mesurée puisque en un point de ce plan, le champ lui est perpendiculaire.

2 - Détermination du champ en un point quelconque

Les composantes du champ sont ici limitées au deuxième ordre.

Nous supposons le maillage rectangulaire et opérons en coordonnées cartésiennes

$$\operatorname{div} \vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

$$\operatorname{Rot} \vec{B} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial B_x}{\partial y} = \frac{\partial B_y}{\partial x}, \quad \frac{\partial B_x}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial x}, \quad \frac{\partial B_y}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial y}$$

La dérivation par rapport à z de la première de ces relations permet d'écrire :

$$\Delta B_z = \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = 0 \qquad (1)$$

soit :

$$B_z(x\,y\,z) = B_z(x, y, 0) + \frac{z^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2}\right)_{z=0}$$

$$B_x(x\,y\,z) = z\left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)_{z=0}$$

$$B_y(x\,y\,z) = z\left(\frac{\partial B_z}{\partial y}\right)_{z=0}$$

x, y, z, représentent les coordonnées d'un point quelconque n'appartenant pas au maillage du réseau.

B_z (x, y, o) peut se développer en série de Taylor au 2ème ordre. Soit x_o , y_o , o un point donné, proche du point x, y, o considéré, et appartenant au maillage :

$$B_z(x,y,0) = B_z(x_0,y_0,0) + \left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)_{x_0,y_0,0}(x-x_0) + \left(\frac{\partial B_z}{\partial y}\right)_{x_0,y_0,0}(y-y_0) +$$

$$+ \frac{1}{2!}\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2}\right)_{x_0,y_0,0}(x-x_0)^2 + \frac{1}{2!}\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2}\right)_{x_0,y_0,0}(y-y_0)^2 +$$

$$+ \left(\frac{\partial^2 B_x}{\partial x \partial y}\right)_{x_0,y_0,0}(x-x_0)(y-y_0)$$

donc :

$$B_x = z\left[\left(\frac{\partial B_x}{\partial x}\right)_{x_0,y_0,0} + (x-x_0)\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2}\right)_{x_0,y_0,0} + (y-y_0)\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial y}\right)_{x_0,y_0,0}\right]$$

$$B_y = z\left[\left(\frac{\partial B_z}{\partial y}\right)_{x_0,y_0,0} + (y-y_0)\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2}\right)_{x_0,y_0,0} + (x-x_0)\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial y}\right)_{x_0,y_0,0}\right]$$

$$B_z = B_z(x,y,0) + \frac{1}{2!}z^2\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2}\right)_{x,y,0}$$

ce qui au deuxième ordre peut s'écrire grâce à (1) :

$$B_z = B_z(x,y,0) - \frac{z^2}{2!}\left[\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2}\right)_{x_0,y_0,0} + \left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2}\right)_{x_0,y_0,0}\right]$$

Nous constatons que nous avons six inconnues à déterminer :

$$B_z(x_0,y_0,0),\ \left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)_{x_0,y_0,0},\ \left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2}\right)_{x_0,y_0,0},\ \left(\frac{\partial B_z}{\partial y}\right)_{x_0,y_0,0},\ \left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2}\right)_{x_0,y_0,0}$$

et $\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial y}\right)_{x_0,y_0,0}$

L'utilisation de six points du maillage est donc nécessaire (figure A2-1).

Ils sont choisis comme suit :

- Le point central 1 : correspond au point du maillage ayant dans le repére OXY de la carte, un X et un Y immédiatement inférieurs à la coordonnée correspondante de M, point où l'on doit calculer les trois composantes du champ . Dans le repére cartésien local (O'xy) déduit par translation du repére fixe OXY, $O'm = x - x_o$ $O'p = y - y_o$. C'est dans ce repére local que se fait l'intégration numérique de la trajectoire sur un pas. Ce point permet d'obtenir $B_z (x_o , y_o , o)$.

- Les points 2 et 3 : Permettent de calculer les quantités :

$$\left(\frac{\partial B_z}{\partial y}\right)_{x_o , y_o , o} \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2}\right)_{x_o , y_o , o}$$

- Les points 4 et 5 : permettent de calculer les quantités

$$\left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)_{x_o , y_o , o} \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2}\right)_{x_o , y_o , o}$$

- Le point 6 : permet de calculer $\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial y}\right)$. Il occupe la position 6^1 si le point M à une ordonnée supérieure à y_o , il est en 6^2 dans le cas contraire.

Supposons alors que l'intégration numérique sur le $(n-1)^{ième}$ pas nous ait fait aboutir en A (figure A2-2). Le champ utilisé sur ce pas avait pour composantes $B_x (n-1)$, $B_y (n-1)$, $B_z (n-1)$. Avec les mêmes composantes, nous prolongeons l'intégration jusqu'en B, sur un demi pas, gardant en mémoire la position de A. Les coordonnées du point B nous permettent par le procédé ci-dessus de calculer trois composantes $B_x (n)$, $B_y (n)$, $B_z (n)$, qui seront utilisées pour l'intégration numérique sur le $n^{ième}$ pas, à partir de A, ce qui nous amènera en C. Ce procédé permet d'utiliser un champ correspondant approximativement au point milieu du pas, pour tous les pas sauf le premier.

Si le maillage est donné en coordonnées polaires, des séries de Taylor analogues pour le développement des composantes du champ magnétique peuvent être déduites en partant des formules :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(rB_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial r}, \quad \frac{1}{r}\frac{\partial B_z}{\partial \theta} = \frac{\partial B_\theta}{\partial z}, \quad \frac{\partial(rB_\theta)}{\partial r} = \frac{\partial B_r}{\partial \theta}$$

et la formule qui s'en déduit :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial B_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 B_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} = 0$$

La méthode d'intégration est schématisée sur la figure A2-3 pour le $(n-1)^{ième}$ pas; l'intégration se fait en coordonnées cartésiennes dans le repère local F x_o y_o, à partir de F extrémité du $(n-2)^{ième}$ pas jusqu'en A. Les composantes de champ B_r , B_θ , B_z s'identifient avec B_{x_o} (n - 1), B_{y_o} (n - 1) , B_z (n - 1). Arrivé en A l'intégration sur un demi pas supplémentaire jusqu'en B se fait dans un repère parallèle A, x_o , y_o avec les mêmes composantes de champ, l'angle C dont on a tourné autour du centre Ω de la carte étant mis en mémoire pour le pas suivant qui s'effectuera dans le repère A x_1 y_1 . Nous arrivons alors au point B avec le calcul des quantités R_H et C_1 . les composantes B_{x_2} (n), B_{y_2} (n), B_z (n) sont déterminées et grâce à C_1 sont converties dans le repère Bx_1 y_1 , par les formules :

$$B_{x_1} = B_{x_2} \cos C_1 - B_{y_2} \sin C_1$$

$$B_{y_1} = B_{x_2} \sin C_1 + B_{y_2} \cos C_1$$

(La quantité R_H permet de choisir les six points utiles pour l'interpolation, les quantités R et C permettent de suivre le chemin de la particule dans le gap de l'aimant). Nous constatons donc qu'en maillage polaire : l'intégration numérique est de programmation légèrement plus complexe qu'en maillage cartésien, du fait que le repère local, cartésien dans les deux cas, tourne dans un cas avec la particule, alors que dans l'autre il ne subit qu'une translation.

3 - Intégration numérique, supposant le champ constant sur un pas

Ecrivons les équations de mouvement en coordonnées cartésiennes :

$$\vec{f} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}$$

dans le cas non relativiste (les ' et " indiquent les dérivées $\frac{d}{dt}$, $\frac{d^2}{dt^2}$, t le temps).

$$x'' = \frac{q}{m}\,(y'\,B_z - z'\,B_y)$$

$$y'' = \frac{q}{m}\,(z'\,B_x - x'\,B_z) \qquad (2)$$

$$z'' = \frac{q}{m}\,(x'\,B_y - y'\,B_x)$$

une première intégrale, première donne :

$$x'\,x'' + y'\,y'' + z'\,z'' = 0 \quad \text{soit} \quad x'^2 + y'^2 + z'^2 = A$$

La vitesse se conserve

Une deuxième intégrale, première donne :

$$x''\,B_x + y''\,B_y + z''\,B_z = 0$$ (la force reste dans un plan perpendiculaire à $\vec{B}$)

Soit puisque $\vec{B}$ est supposé constant en module et direction

$$x' B_x + y' B_y + z' B_z = B \qquad (3)$$

$$x B_x + y B_y + z B_z = Bt + C \qquad (4)$$

de même :

$$\begin{aligned} x' &= \frac{q}{m} (y B_z - z B_y) + D \\ y' &= \frac{q}{m} (z B_x - x B_z) + E \qquad (5) \\ z' &= \frac{q}{m} (x B_y - y B_x) + F \end{aligned}$$

(3) et (5) conduisent à l'égalité :

$$x' B_x + y' B_y + z' B_z = B = DB_x + EB_y + FB_z$$

Reportons alors les valeurs de (5) dans la première équation de (2)

$$x'' = \frac{q^2}{m^2} \left[-x (B_z^2 + B_y^2) + z B_z B_x + y B_y B_x \right] + \frac{q}{m} (E B_z - F B_y)$$

(4) fournit $z B_z + y B_y = Bt + C - x B_x$

Soit :

$$x'' = \frac{q^2}{m^2} \left[-x (B_x^2 + B_y^2 + B_z^2) + B_x (Bt + C) \right] + \frac{q}{m} \left[E B_z - F B_y \right] \qquad (6)$$

Soient x_o , y_o , z_o , x'_o , y'_o , z'_o les conditions initiales : (t = 0)

$$A = x_o'^2 + y_o'^2 + z_o'^2$$

$$B = x'_o B_x + y'_o B_y + z'_o B_z = D B_x + E B_y + C B_z$$

$$C = x_o B_x + y_o B_y + z_o B_z$$

$$D = x'_o - \frac{q}{m} (y_o B_z - z_o B_y) \qquad (7)$$

$$E = y'_o - \frac{q}{m} (z_o B_x - x_o B_z)$$

$$F = z'_o - \frac{q}{m} (x_o B_y - y_o B_x)$$

La quantité $E B_z - F B_y + \frac{q}{m} C B_x$ s'obtient en faisant t = 0 dans l'équation (6). Elle est égale à :

$$E B_z - F B_y + \frac{q}{m} C B_x = \frac{m x'_o}{q} + \frac{q x_o}{m} \left(B_x^2 + B_y^2 + B_z^2 \right)$$

Posons $H^2 = B_x^2 + B_y^2 + B_z^2$. La première équation différentielle (6) s'écrit :

$$x'' = \frac{q^2}{m^2} \left[B B_x t - x H^2 \right] + \frac{q}{m} \left[\frac{m x'_o}{q} + \frac{q}{m} x_o H^2 \right]$$

Nous obtenons d'une façon identique, les équations différentielles au 2ième ordre pour les trois coordonnées :

$$x'' + \frac{q^2}{m^2} H^2 x - \frac{q^2}{m^2} B B_x t - x_o H^2 \frac{q^2}{m^2} - x''_o = o$$

$$y'' + \frac{q^2}{m^2} H^2 y - \frac{q^2}{m^2} B B_y t - y_o H^2 \frac{q^2}{m^2} - y''_o = o \qquad (8)$$

$$z'' + \frac{q^2}{m^2} H^2 z - \frac{q^2}{m^2} B B_z t - z_o H^2 \frac{q^2}{m^2} - z''_o = o$$

Ces équations appartiennent au système général

$$X'' + \alpha^2 X = \beta t + \gamma$$

D'après l'annexe 1 sur les procédés matriciels utilisés dans le programme "transport", les deux solutions de l'équation homogène sont :

$$X_1 = \cos \alpha t, \qquad X_2 = \frac{1}{\alpha} \sin \alpha t$$

et la solution générale de l'équation inhomogène est de la forme :

$$X = X_o X_1 + X'_o X_2 + X_2 \int_o^t (\beta t + \gamma) X_1 \, dt - X_1 \int_o^t (\beta t + \gamma) X_2 \, dt$$

soit :

$$X = X_o \cos \alpha t + \frac{X'_o}{\alpha} \sin \alpha t + \beta \left(\frac{t}{\alpha^2} - \frac{\sin \alpha t}{\alpha^3} \right) + \frac{\gamma}{\alpha^2} (1 - \cos \alpha t)$$

avec :

$$\beta = \frac{q^2}{m^2} B B_x$$

$$\gamma = x''_o + x_o H^2 \frac{q^2}{m^2}$$

$$\alpha = \left| \frac{qH}{m} \right|$$

Soit finalement, en se rappelant que X peut représenter x, y, ou z et que :

$$B = x'_o B_x + y'_o B_y + z'_o B_z$$

$$H^2 = B_x^2 + B_y^2 + B_z^2$$

$$X = X_o + \frac{m^2 X''_o}{q^2 H^2} \left(1 - \cos \left| \frac{qH}{m} \right| t\right) + \left| \frac{m}{qH} \right| \left(X'_o - \frac{B B_x}{H^2}\right) \sin \left| \frac{qH}{m} \right| t + \frac{B B_x}{H^2} t \qquad (9)$$

posons $\left| \frac{qH}{m} \right| t = P$ (pas d'intégration angulaire) et :

$$\frac{m X''_o}{q} = H T_X$$

La relation (9) devient :

$$X - X_o = \frac{m}{qH} T_X (1 - \cos P) + \left| \frac{m}{qH} \right| \left(X'_o - \frac{B B_X}{H^2}\right) \sin P + \left| \frac{m}{qH} \right| \frac{B B_X}{H^2} P$$

ou bien encore :

$$X - X_o = \left|\frac{m}{q\,H}\right| \left[\varepsilon\, T_X\,(1 - \cos P) + X'_o \sin P + \frac{B\,B_X}{H^2}\,(P - \sin P)\right]$$

ε = + 1 si la particule est de charge positive, - 1 dans le cas contraire.

Le programme "orbite" est construit pour des particules chargées négativement se déplaçant de la droite vers la gauche (figure A2-4). Si la force est une force de rappel (champ positif), la formule finale utilisée pour caractériser le vecteur déplacement, suivant les trois coordonnées, est alors :

$$X - X_o = \left|\frac{m}{q\,H}\right| \left[T_X(\cos P - 1) + X'_o \sin P + \frac{B\,B_X}{H^2}\,(P - \sin P)\right]$$

Dans la zone de champ constant, P représente l'angle polaire de l'arc d'hélice. De bonnes précisions sont obtenues avec des valeurs de P comprises entre 1 et 2 milliradians.

Dans les zones de champs de fuite, le gradient est trop grand pour que l'approximation d'un champ constant reste bonne ; ce que l'on donne est la longueur maximale de l'arc de trajectoire PFM en CM, de telle façon que PFM << PxRM (RM est le rayon moyen de la trajectoire de référence dans le champ constant). En effet supposons que la longueur maximale de la trajectoire en CM soit PFM : c'est-à-dire, si L est la longueur de la carte et si B_{max} est le champ bien à l'intérieur de l'entrefer que l'on s'autorise une variation de champ le long de PFM égale approximativement à :

$$\Delta B = \frac{B_{max}}{L} \cdot PFM$$

Supposons maintenant que lors de l'intégration numérique nous nous trouvons en un point encadré par deux mailles de la carte permettant de calculer un gradient de champ égal à G : nous devons alors choisir la longueur

de trajectoire l pour l'intégration de telle façon que $Gl \leq \frac{B_{max}}{L}$. PFM et la longueur sera alors :

$$l = \text{minimum} \left(\frac{B_{max}}{L} \cdot \frac{PFM}{G}, PFM\right)$$

le mouvement se fait à vitesse constante : $t = \frac{l}{v}$

donc $P_{fuite} = \frac{qH}{m} t = \frac{qH}{m} \frac{l}{v} = \frac{l H}{(B\rho)} = \frac{l H}{B_{max} \times RM}$

III - DEUXIEME METHODE

Cette méthode est due à Monsieur J. Fermé [15, 16]. Un inconvénient de la méthode précédente était la nécessité de prendre un pas d'intégration faible devant la maille du réseau ce qui conduisait à des temps de calculs importants : de l'ordre de 7 à 8 secondes, pour le spectromètre 105° (1000 pas d'intégration) par trajectoire en double précision sur l'IBM 360/67 de Saint Martin d'Hères. La possibilité de considérer le champ comme une fonction du temps dépendant des valeurs aux noeuds du maillage permettrait de supprimer cet inconvénient, puisque la suppression de la condition $\vec{B}$ = constante sur un pas facilite la prise en compte de gradients même importants.

Actuellement le spectromètre est mesuré sur un zone angulaire de 154,0° par pas de 0.7° - soient 220 pas. La nécessité de prendre un pas d'intégration de 0.12° environ (2 mrad) conduit à quelques 1000 pas d'intégration. Prendre en compte la loi de champ existante ferait tendre le pas d'intégration vers le pas de mesure et permettrait donc de gagner un facteur 5 sur le temps machine.

La première équation du mouvement en coordonnées cartésiennes est :

$$x'' = \frac{q}{m} (y' B_z - z' B_y)$$

où nous supposons x, y et z développés en série de Taylor en fonction du temps t :

$$x = x_o + x'_o t + a t^2 + bt^3 + ct^4$$

y' et z' peuvent être écrits de la même façon et seront limités au termes en t^3, x" au terme en t^2.

Nous avons vu que les composantes B_x , B_y , B_z pouvaient à l'aide de 6 points voisins, être calculées au 2ième ordre pour un point "moyen" le long du pas. De la même façon on peut les calculer au point courant de la trajectoire en fonction des coordonnées spatiales de ce point, que l'on remplacera elles mêmes par leur développement en fonction du temps. Nous obtiendrons donc en nous limitant au deuxième ordre en t (puisque x" est en t^2)

$$B_z = A + A' t + A"t^2$$

$$B_y = B + B't + B"t^2$$

A ce stade il faut bien remarquer, que alors que, avec la maille à 6 points, les développements de Taylor envisagées en fonction des coordonnées spatiales étaient exacts au deuxième ordre, les développements correspondants en fonctio n du temps ne sont pas rigoureusement exacts en t^2, car l'introduction par exemple d'un terme supplémentaire en x^3 donnerait une contribution au terme en t^2. Il semble donc que si l'on voulait augmenter la précision de calcul, une augmentation du nombre de points de la maille serait préférable à une augmentation du degré de la série de Taylor en fonction du temps.

Nous avons donc :

$$x" = 2a + 6\,bt + 12\,ct^2 + \cdots$$

$$y' = y'_o + 2\,a't + 3b't^2 + \cdots$$

$$z' = z'_o + 2a"t + 3b"t^2 + \cdots$$

L'identification du terme constant, du terme en t, du terme en t^2 donne :

$$2a = y'_o A - z'_o B \qquad (10\text{-}1)$$

$$6b = y'_o A' + 2a'A - z'_o B' - 2a'' B \qquad (10\text{-}2)$$

$$12c = y'_o A'' + 2a' A' + 3b' A - z'_o B'' - 2a'' B' - 3b'' B \qquad (10\text{-}3)$$

La résolution simultanée sur les trois coordonnées permet d'obtenir d'abord les coefficients en t^2 a, a', a", par (10-1), puis les termes en t^3 b, b', b", par (10-2), en fin les termes en t^4 c, c', c" par (10-3) sans passer par une résolution de 6 équations à 6 inconnues.

Quant aux termes du premier ordre x_o . x'_o ... ils sont fournis par le pas précédent. Les composantes de la vitesse au début du pas n étant :

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{\substack{\text{pas n} \\ t = o}} = \left(\frac{dx}{dt}\right)_{\substack{\text{pas n - 1} \\ t = T \text{ durée du pas}}}$$

Si la carte de champ est donnée en coordonnées polaires, nous ne pouvons plus simplement appliquer la méthode du repère cartésien local. En effet si M est l'origine d'un pas quelconque (figure A2-5), au temps t, les composantes B_r (t), B_θ (t) sont orientées selon NX, NY et travailler dans le repère local Mxy obligerait à transformer ces composantes sous la forme :

$$B_{r'}(t) = B_r(t) \cdot \cos\theta(t) - B_\theta(t) \cdot \sin\theta(t)$$

$$B_{\theta'}(t) = B_r(t) \cdot \sin\theta(t) + B_\theta(t) \cdot \cos\theta(t)$$

Nous opérons donc en coordonnées cylindriques en partant des équations (8)

$$\frac{d}{dt}(m\dot{r}) - mr\dot{\theta}^2 = e(r\dot{\theta}B_z - \dot{z}B_\theta)$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dt}(mr^2\dot{\theta}) = e(\dot{z}B_r - \dot{r}B_z) \qquad (11)$$

$$\frac{d}{dt}(m\dot{z}) = e(\dot{r}B_\theta - r\dot{\theta}B_r)$$

Ceci per met d'avoir les développements de champ suivants :

$$B_z(r,\theta,z) = B_z(r_o,\theta_o,o) + (r-r_o)\left(\frac{\partial B_z}{\partial r}\right)_{r_o,\theta_o,o} + (\theta-\theta_o)\left(\frac{\partial B_z}{\partial \theta}\right)_{r_o,\theta_o,o} +$$

$$+ \frac{1}{2!}(r-r_o)^2\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial r^2}\right)_{r_o,\theta_o,o} + \frac{1}{2!}(\theta-\theta_o)^2\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial \theta^2}\right)_{r_o,\theta_o,o} +$$

$$+ (r-r_o)(\theta-\theta_o)\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial r\partial\theta}\right)_{r_o,\theta_o,o} +$$

$$+ \frac{z^2}{2!}\left[-\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial\theta^2}\right)_{r_o,\theta_o,o} - \frac{1}{r}\left(\frac{\partial B_z}{\partial r}\right)_{r_o,\theta_o,o} - \left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial r^2}\right)_{r_o,\theta_o,o}\right]$$

La limitation du développement au deuxième ordre permet de remplacer r dans le dernier terme par RH, rayon vecteur au point initial du pas (figure A2-6) (r_o , θ_o , o) représente le point du maillage numéro 1 comme défini dans la première méthode. Les 5 autres points sont choisis de façon identique.

De même :

$$B_r = \gamma\left[\left(\frac{\partial B_\gamma}{\partial r}\right)_{r_0,\theta_0,0} + (r-r_0)\left(\frac{\partial^2 B_\gamma}{\partial r^2}\right)_{r_0,\theta_0,0} + (\theta-\theta_0)\left(\frac{\partial^2 B_\gamma}{\partial r\partial\theta}\right)_{r_0,\theta_0,0}\right]$$

$$B_\theta = \frac{\gamma}{R_H}\left[\left(\frac{\partial B_\gamma}{\partial\theta}\right)_{r_0,\theta_0,0} + (\theta-\theta_0)\left(\frac{\partial^2 B_\gamma}{\partial\theta^2}\right)_{r_0,\theta_0,0} + (r-r_0)\left(\frac{\partial^2 B_\gamma}{\partial r\partial\theta}\right)_{r_0,\theta_0,0}\right]$$

Nous développons r, θ, z en fonction du temps sous la forme :

$$\begin{aligned} r &= R_H + R_1 t + R_2 t^2 + R_3 t^3 + R_4 t^4 \\ \theta &= \alpha + \theta_1 t + \theta_2 t^2 + \theta_3 t^3 + \theta_4 t^4 \\ z &= z_o + Z_1 t + Z_2 t^2 + Z_3 t^3 + Z_4 t^4 \end{aligned} \qquad (12)$$

où R_H, α, Z_o représentent les coordonnées cylindriques du point origine du pas.

On a :

$\Omega A = r_o$, $\widehat{O\,\Omega\,A} = \theta_o$

$\Omega M = R_H$, $\widehat{O\,\Omega\,M} = \alpha$

$\Omega N = r(t)$, $\widehat{O\,\Omega\,N} = \theta(t)$

Dans les développements du champ, nous posons :

$$\theta - \theta_o = \Theta(t) + \alpha' \qquad \text{avec} \quad \Theta(o) = o$$

$$\theta_o + \alpha' = \alpha$$

$$r - r_o = R(t) + r' \qquad \text{avec} \quad R(o) = o$$

$$r_o + r' = R_H$$

L'identité des termes en t^2 , t^3 , t^4 par (11) permet d'obtenir les quantités R_2 , R_3 ... intervenant dans (12). Nous avons opéré d'abord sur un aimant à champ de fuite abrupt nous permettant de vérifier les données résultantes au premier ordre : longueur de focalisation, grandissement angulaire et avons appliqué le principe du retour inverse : Nous constatons que le sixième point choisi du maillage est différent par rapport au sens direct , et bien que l'exactitude des résultats de cette méthode n'offre pas une garantie totale, sa non vérification éventuelle indiquerait une erreur de conception.

Alors que la première méthode imposait un pas de 2 mrad pour avoir des résultats corrects, la deuxième méthode permettait un pas de 10 mrad de l'ordre de grandeur de la maille de la carte introduite, avec un gain de temps de l'ordre de 4.

Il faut d'ailleurs voir qu'une partie du temps concernant l'impression des résultats est commune aux deux méthodes. Le gain de temps provient en plus d'une différence de programmation entre les deux méthodes (la deuxième ne fait pas d'appel de fonctions trigonométriques).

IV - VERSION ACTUELLE "D'ORBITE"

Le programme "Orbite", dans sa version actuelle, intègre le champ dans trois zones bien distinctes : les zones I et III (champs de fuite d'entrée et de sortie) et la zone II de champ constant. Il existe sous deux formes :

- une version dite cartésienne où les champs de fuite d'entrée et de sortie sont lus avec un maillage cartésien, la zone II sous forme analytique ou avec un maillage polaire.

Ils peuvent d'ailleurs être d'extension nulle et dans ce cas la zone II est étendue à tout l'aimant avec l'utilisation du pas variable exposée dans la première méthode. Mais dans ce cas on perd l'information sur les trajectoires aux limites I - II, II - III.

- une version dite polaire où les champs de fuite sont donnés par un maillage en coordonnées polaires. La méthode de détermination du pas variable est celle exposée dans la première méthode.

Dans ces deux versions tous les sous programmes d'intégration sont sous forme de membres de fichiers partitionnés et sont doublés (un exemplaire pour la première méthode, un second pour la deuxième méthode) si bien qu e toutes les combinaisson sont possibles. (Le temps t pour la deuxième méthode est remplacé par l'élément d'arc de trajectoire puisque la vitesse v est une constante du problème) . Un organigramme des entrées est représentés en figure A2-7. Les sorties sont les mêmes pour les deux versions :

- position et pente des trajectoires sur les mailles correspondant aux intersections I - II, II - III.
- position et pente des trajectoires par rapport à la première prise comme référence, dans l'espace de sortie.
- calcul de la distance de focalisation au premier ordre par l'intersection des trajectoires 1 mrad, -1 mrad.

- calcul de la distance de meilleure focalisation par une méthode de moindres carrés.

- calcul des coefficients d'aberration définis dans la méthode matricielle, en prenant un faisceau de trajectoires d'entrée déterminé[28].

- tracé graphique des trajectoires sur papier millimétré (sortie type "BENSON").

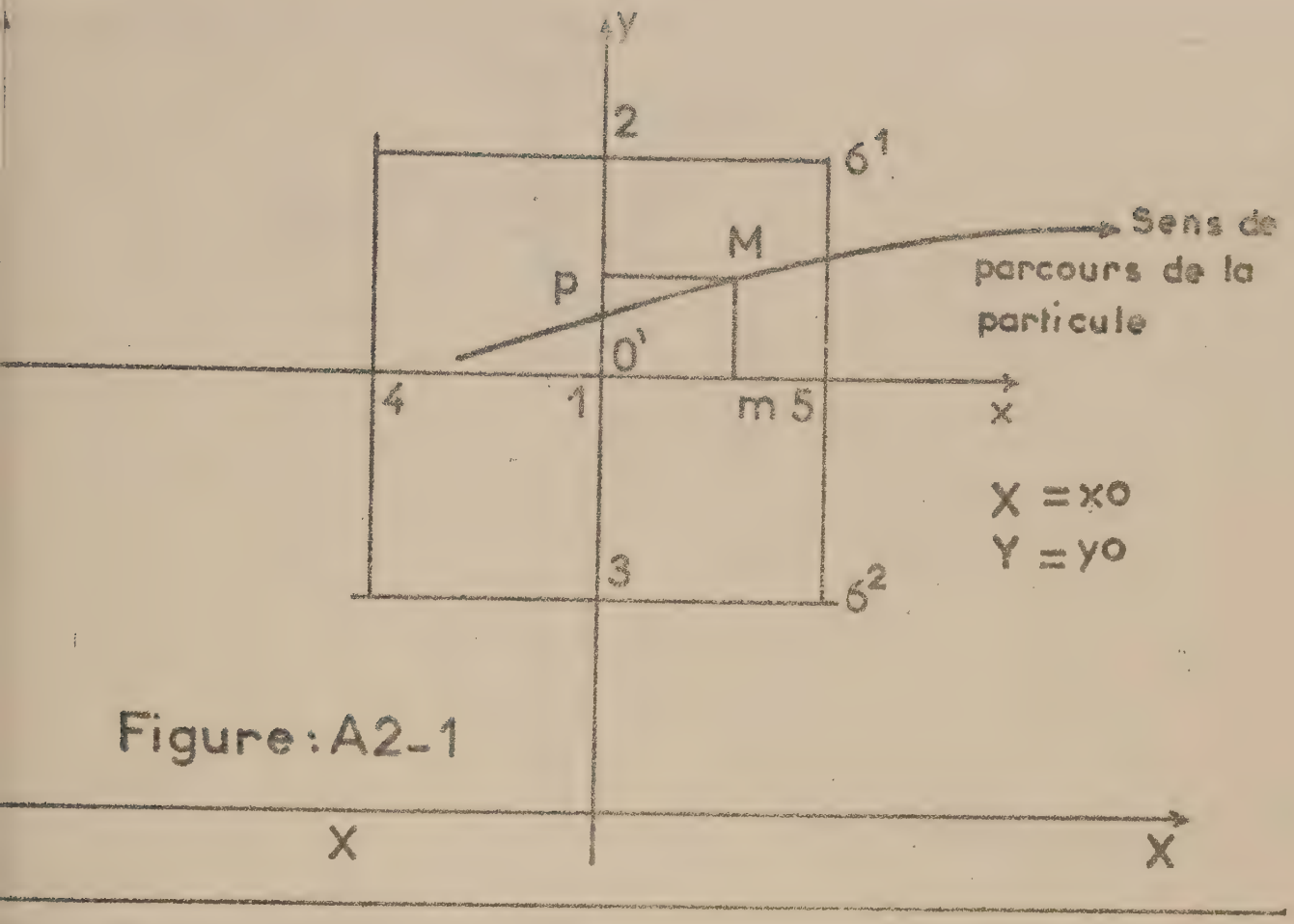
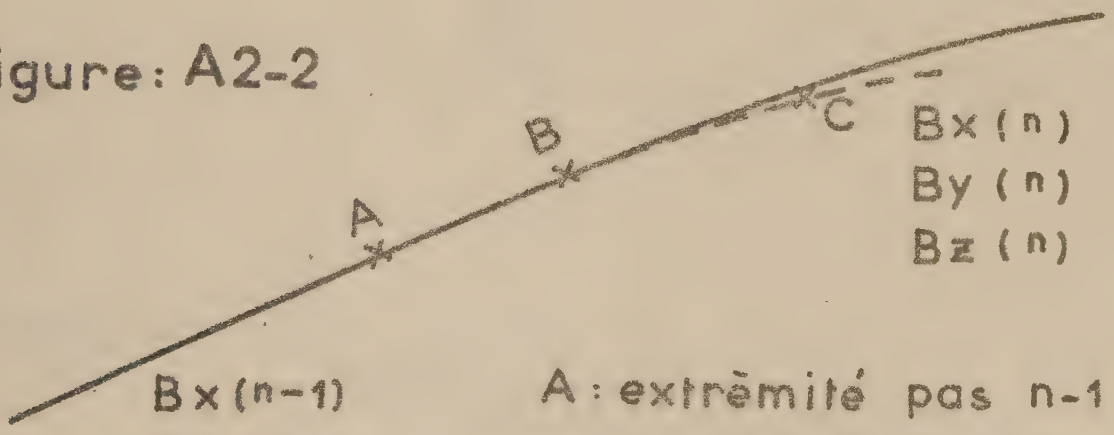


Figure : A2-1

Figure : A2-2



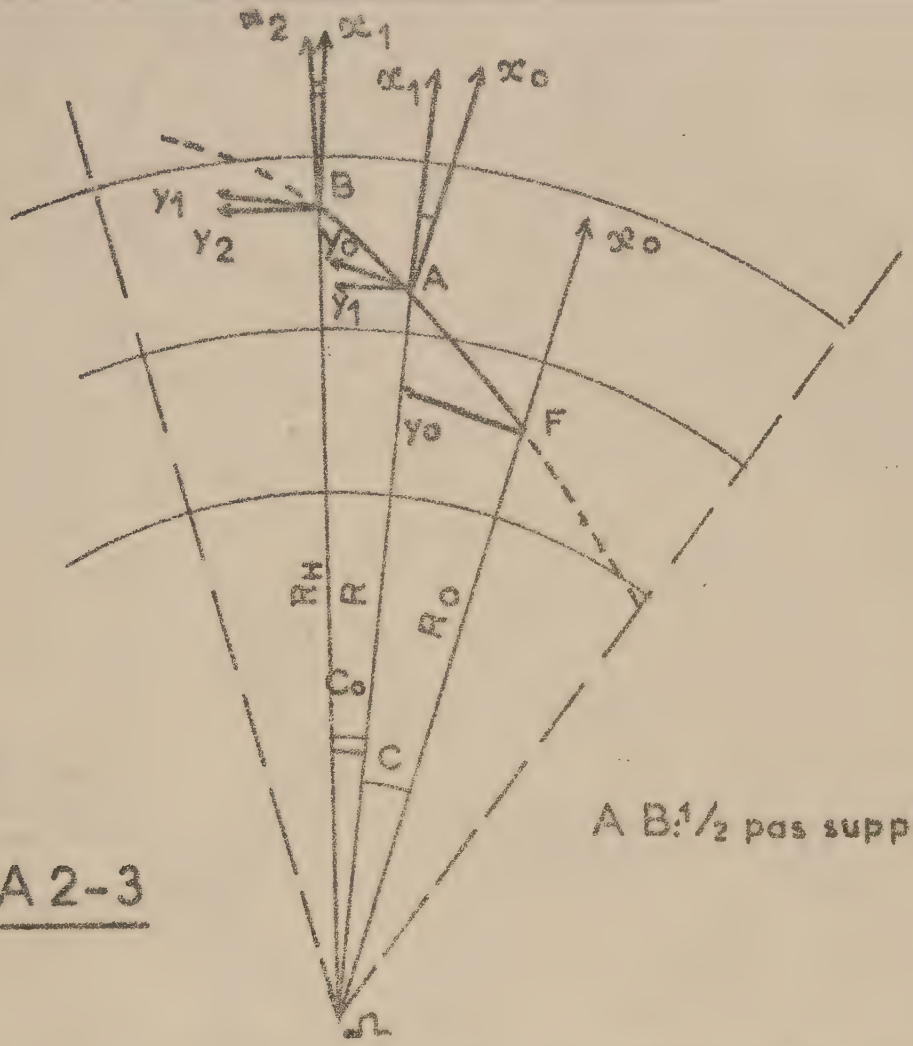


Figure : A 2-3

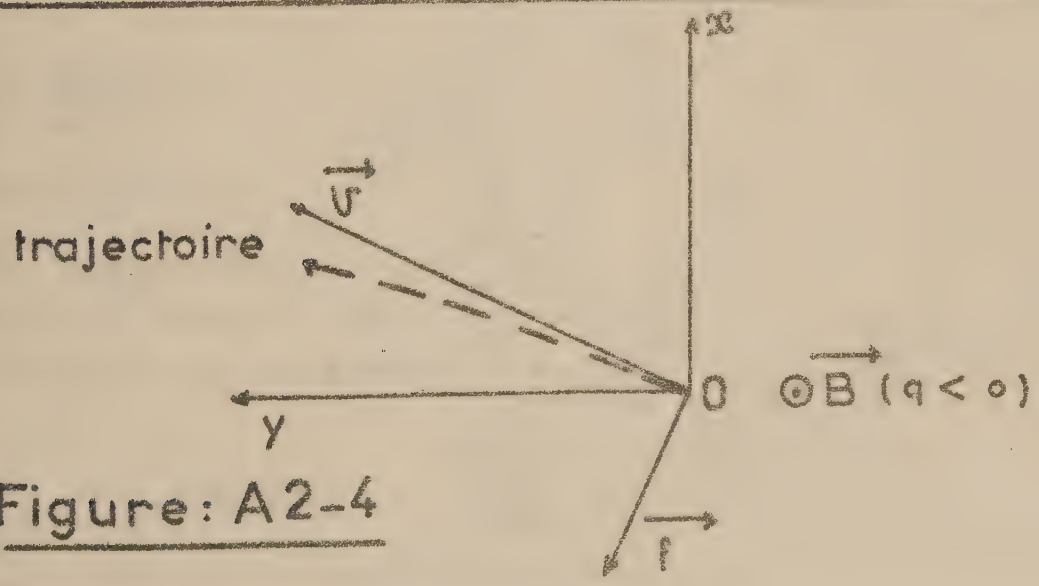


Figure: A2-4

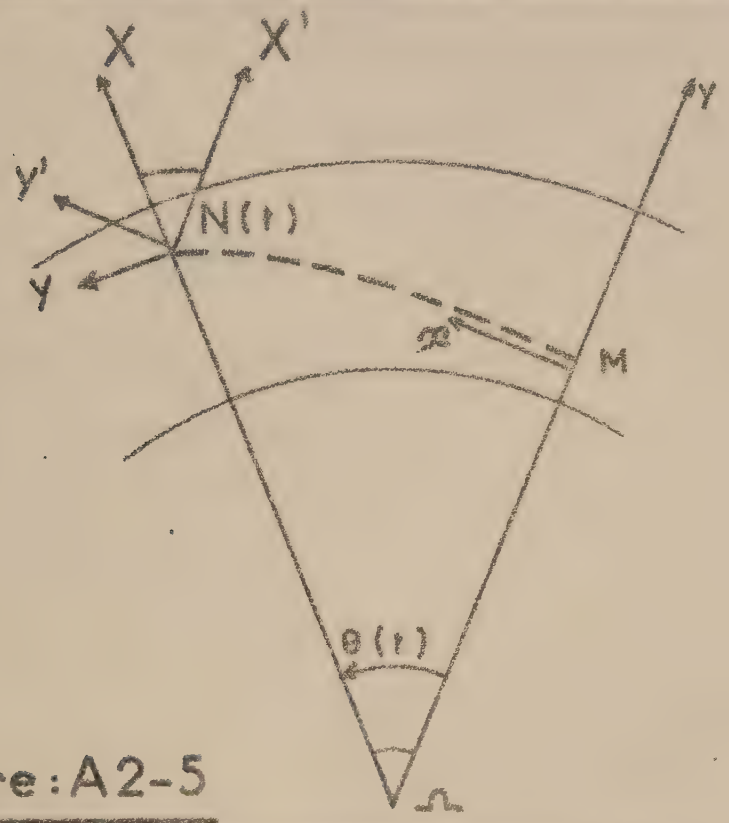
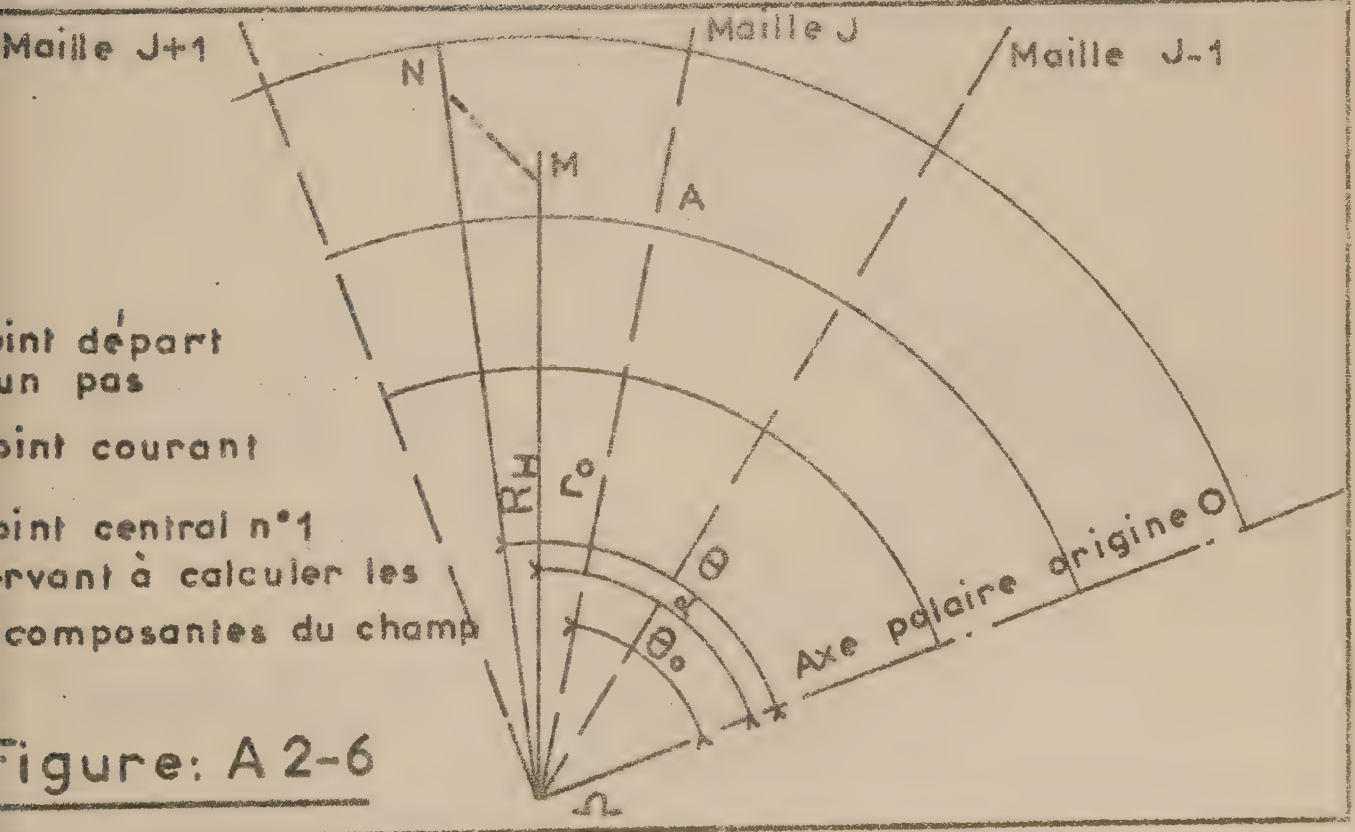


Figure: A2-5



oint départ
un pas

oint courant

oint central n°1
rvant à calculer les
composantes du champ

Figure: A 2-6

ORGANIGRAMME GENERAL D'ØRBITE

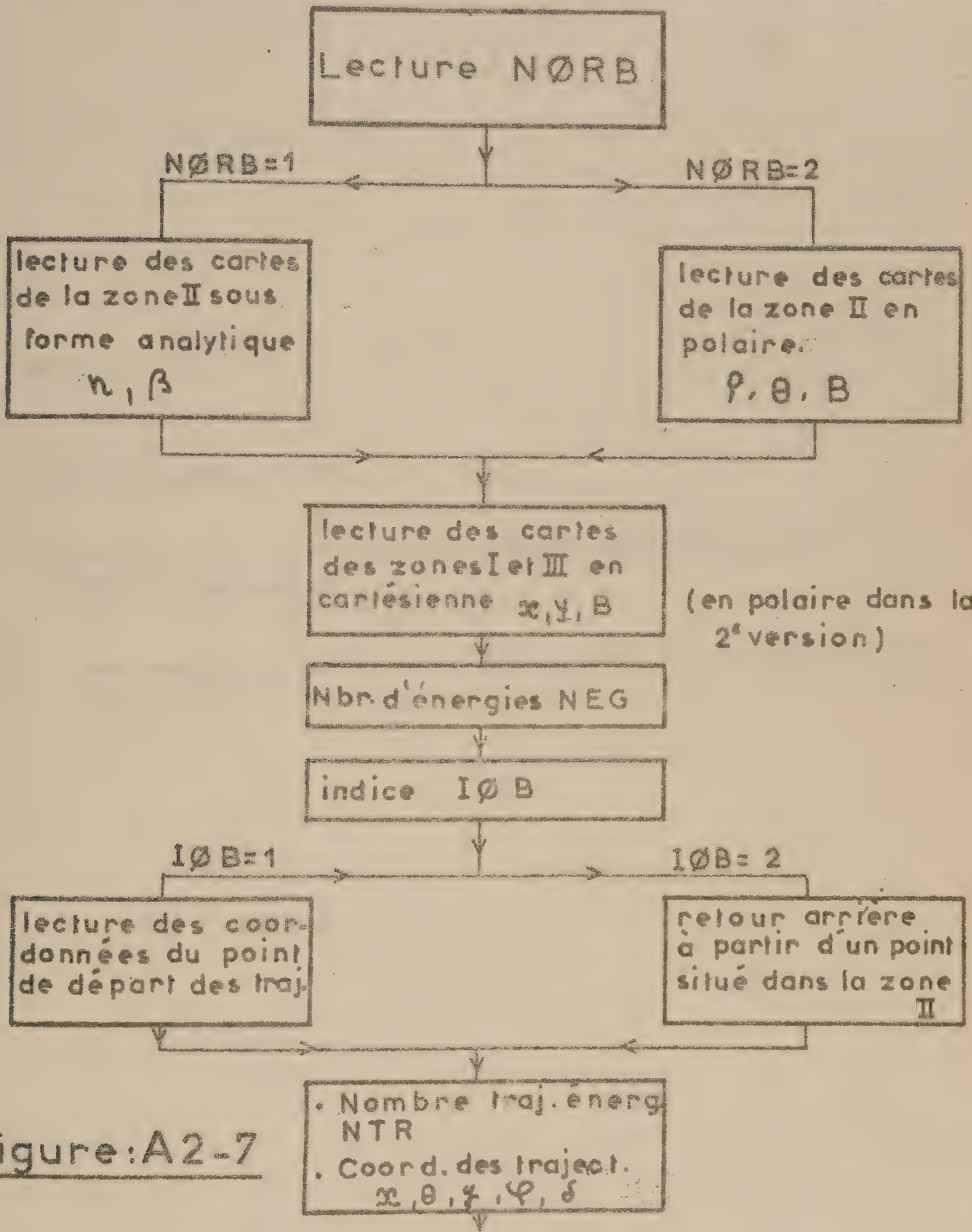


Figure: A2-7

A N N E X E I I I

SOMMAIRE

I - Quelques compléments concernant l'analyse

II - Caractéristiques électriques et mécaniques des aimants d'analyse et du dipôle du spectromètre

III - Caractéristiques électriques et mécaniques des éléments faisant partie du spectrométre

I - QUELQUES COMPLEMENTS CONCERNANT L'ANALYSE

Le deuxième aimant d'analyse possède deux galettes supplémentaires de correction, permettant d'équilibrer les champs dans M_2 et M_3 .

Soient n_1 et n_2 les nombres de tours dans les bobines principales et secondaires.

L'étalonnage $B = f(I)$ de cet aimant a été fait en mesurant la tension v aux bornes d'un shunt branché en série sur le circuit principal. Nous possédons la courbe $v = f(B)$. Il faut de ce fait, faire une légère correction sur v si l'intensité dans les galettes secondaires n'est pas nulle.

Soient donc I_1 et I_2 les intensités principales et secondaires, le nombre d'ampère-tours total est $n_1 I_1 + n_2 I_2$, soit une intensité fictive dans le circuit principal de $I_1 + \frac{n_2}{n_1} I_2$.

Si v_1 est la tension lue aux bornes du shunt, la tension v réelle à utiliser pour la table d'interpolation est $v = v_1 + k \cdot \frac{n_2}{n_1} I_2$.

$K = 1/400$ (1 volt correspond à 400 A)

$n_1 = 144$

$n_2 = 96$

ou $v = v_1 + 1.67.10^{-3} I_2$ (A)

(La table d'étalonnage est jointe à titre de documentation dans le cas où la détermination précise de l'énergie du faisceau est rendue nécessaire).

TABLE D'ETALONNAGE POUR LE DEUXIEME AIMANT M3

Tension shunt (volt)	Champ (KG)
0.	0.
0.1082	1.764
0.1276	2.196
0.1599	2.743
0.1800	3.082
0.1961	3.351
0.2155	3.676
0.2411	4.103
0.2727	4.631
0.3102	5.255
0.3414	5.769
0.3764	6.350
0.3985	6.714
0.4308	7.241
0.4615	7.746
0.5017	8.396
0.5277	8.811
0.5540	9.229
0.5788	9.615
0.6040	10.000
0.6284	10.360
0.6552	10.731
0.6784	11.026
0.7049	11.332
0.7211	11.508
0.7498	11.792
0.7716	11.989
0.8085	12.292

1 volt ⟶ 400 A. Rayon de l'orbite centrale = 122,5 cm

II - CARACTERISTIQUES ELECTRIQUES ET MECANIQUES DES AIMANTS D'ANALYSE + ET DU DIPOLE DU SPECTROMETRE ++

Caractéristiques	dipole du spectromètre	aimant * d'analyse
Induction maximum (Tesla)	1.8	1.2
Intensité nominale	820 A	320 A
Tension	170 V	120 V
Puissance nominale	140 KW	34 KW
Débit d'eau pour la puissance nominale et un échauffement de 20° C	80 l/mn	24 l/mn
Echauffement de l'eau	20°	20°
Nombre d'ampères tours	130 000 At	46 000 At
Longueur d'une spire moyenne	9 m	7 m
Nombre de spires	160	144 (+ 96)
Section conducteur	4 *4 (Ø9)	9.3*9.3(Ø7) (5*1.25)
Nombre de doubles galettes	8	8 (+2 galettes simples)
Nombre de circuits d'eau	16	16
Poids de l'aimant	52 t	12 t
Poids d'une culasse	18.5 t	
Poids du bloc polaire	5.25 t	

* Les chiffres entre parenthèses indiquent pour le deuxième aimant la présence de deux galettes supplémentaires de 48 spires chacune

Caractéristiques	dipole du spectromètre	aimant d'analyse
Rayon de l'orbite centrale	169,5 cm	122,5 cm
Largeur des poles	52,0 cm	23,6 cm
Hauteur de l'entrefer	7,5 cm	4,2 cm

\+ Les deux aimants d'analyse ont été construits par la Société TEKELEC

++ Les éléments magnétiques de la voie spectrométrique ont été construits par la Société OERLIKON.

III - CARACTERISTIQUES ELECTRIQUES ET MECANIQUES DES ELEMENTS FAISANT PARTIE DU SPECTROMETRE

Sextupole 1, quadrupole, sextupole 2

Caractéristiques	sextupole 1	quadrupole	sextupole 2
Induction (sur le pôle)	0.2 T	1.02 T	0.2 T
Intensité nominale I_N	10 A	385 A	50 A
Tension	25 V	48 V	31 V
Puissance (pour I_N)	0.25 KW	18.5 KW	1.55 KW
Nombre de spires par pôle	124	66	84
Longueur mécanique	8,4 cm	21 cm	24 cm
Rayon de gorge	2 cm	5 cm	7.5 cm

A N N E X E I V

- Réalisation du shimming d'un aimant pour la création d'un indice au deuxième ordre (19, 24)

SOMMAIRE

I - Détermination de la largeur $s(r)$ du shim

II - Détermination de la pente et du rayon de courbure du shim sur le rayon central.

-+-+-+-+-+-+-+-

I - DETERMINATION DE LA LARGEUR S(r) DU SHIM

La réalisation d'un indice au deuxième ordre, et au troisième ordre peut se faire de deux façons :

1° Soit en réalisant un aimant dont l'entrefer en fonction de la distance radiale ΔR au rayon central suit la loi :

$$D(R_o + \Delta R) = \frac{D(R_o)}{1 + \beta\left(\frac{\Delta R}{R_o}\right)^2 + \gamma\left(\frac{\Delta R}{R_o}\right)^3}$$

2° Soit en modifiant à l'aide de plaques fixées sur les pôles, la valeur radiale du champ (moyennée sur toute la zone azimutale de champ pseudouniforme).

C'est cette dernière solution plus commode, mise en oeuvre pour la première fois à Berkeley [19], qui a été retenue pour la voie spectrométrique et l'analyse.

- Soit $\overline{B_{gsh}}$ la valeur moyenne radiale du champ, obtenue à l'aide de mesures sur l'aimant sans shim. Cette valeur moyenne peut s'exprimer sous la forme :

$$\overline{B_{Sch}} = \overline{B_{Sch}}(r_o)\left[1 + a\frac{\Delta r}{r_o} + b\frac{\Delta r^2}{r_o^2}\right] \qquad (1)$$

avec : $\Delta r = r - r_o$

- Soit $\overline{B_{Ash}}$ la valeur moyenne radiale du champ que nous désirons réaliser pour la correction des aberrations ; celle-ci peut se mettre sous la forme :

$$\overline{B_{A\,sh}}(r) = \overline{B_{A\,sh}}(r_0)\left[1+\beta\frac{\Delta r^2}{r_0^2}+\gamma\frac{\Delta r^3}{r_0^3}\right] \qquad (2)$$

- Soient L(r) la longueur d'un arc de trajectoire de rayon r dans la zone de champ pseudo-constante, h la hauteur de l'entrefer, t l'épaisseur d'une paire de shims (disposés face à face dans le gap), N le nombre de paires, S(r) la largeur d'un shim sur le rayon r. Le champ moyen sur le rayon r aura comme expression :

$$\overline{B_{A\,sh}} = \left[\underbrace{\int_{\text{régions sans shim}} B\,dl}_{} + \underbrace{\int_{\text{régions avec shims}} B_{A\,sh}\,dl}_{}\right] \times \frac{1}{\int dl}$$

or dans les régions où les shims existent, nous avons la relation :

$$B_{A\,sh} = \frac{h}{h-t}\,B_{S\,sh}$$

donc

$$\overline{B_{A\,sh}} = \left[\underbrace{\int_{\text{régions sans shim}} B_{S\,sh}\,dl}_{} + \frac{h}{h-t}\underbrace{\int_{\text{régions avec shims}} B_{S\,sh}\,dl}_{}\right]\frac{1}{\int dl}$$

$$\overline{B_{A\,sh}} = \frac{\overline{B_{S\,sh}}}{L(r)}\left[\underbrace{L(r) - N\,S(r)}_{\text{régions sans shims}} + \underbrace{\frac{h}{h-t}\cdot N\,S(r)}_{\substack{N \text{ régions pourvues de} \\ \text{shims identiques.}}}\right]$$

ou

$$\overline{B_{A\,sh}} = \overline{B_{S\,sh}} \left[1 + \frac{NS(r)}{L(r)} \quad \frac{t}{h-t} \right] \qquad (3)$$

Pour $r = r_o$ (orbite centrale), l'expression (3) devient :

$$\overline{B_{A\,sh}(r_o)} = \overline{B_{S\,sh}(r_o)} \left[1 + \frac{t}{h-t} \quad \frac{NS(r_o)}{L(r_o)} \right] \qquad (4)$$

La longueur $S(r_o)$ est arbitraire. Elle est choisie pour que les plus petites valeurs de $S(r)$ soient pratiquement réalisables. La quantité

$$1 + \frac{t}{h-t} \quad \frac{NS(r_o)}{L(r_o)}$$

de l'expression (4) est celle par laquelle il faut diviser le champ de l'aimant sans shim, pour conserver la même déviation lorsque l'aimant est muni de ses plaques. Indentifions maintenant l'expression (3) avec le développement radial du champ désiré exprimé en (2). La largeur d'un shim sur un rayon quelconque s'écrit alors sous la forme. :

$$S(r) = \frac{L(r)}{N} \quad \frac{h-t}{t} \left[\frac{\overline{B_{A\,sh}}}{\overline{B_{S\,sh}}} - 1 \right]$$

où les expressions (1) et (2) sont reportées :

$$\frac{\overline{B_{A\,sh}}}{\overline{B_{S\,sh}}} = \frac{\overline{B_{A\,sh}(r_o)}}{\overline{B_{S\,sh}(r_o)}} \cdot \frac{1+\beta\frac{\Delta r^2}{r_o^2}+\gamma\frac{\Delta r^3}{r_o^3}}{1+a\frac{\Delta r}{r_o}+b\frac{\Delta r^2}{r_o^2}}$$

A l'aide de la relation (4), nous obtenons la formule finale :

$$S(r) = \frac{L(r)}{N} \cdot \frac{h-t}{t} \left[\left(1 + \frac{t}{h-t} \cdot \frac{NS(r_o)}{L(r_o)} \right) \cdot \frac{1+\beta\left(\frac{\Delta r}{r_o}\right)^2 + \gamma\left(\frac{\Delta r}{r_o}\right)^3}{1+a\frac{\Delta r}{r_o}+b\left(\frac{\Delta r}{r_o}\right)^2} - 1 \right] \qquad (5)$$

Nous pouvons facilement exprimer ceci en coordonnées polaires [17] ; supposons l'aimant divisé en N parties égales d'angle polaire 2Ω et soit $2\theta(r)$ l'angle polaire d'un shim sur le rayon r (figure A4-1).

$\frac{S(r)}{r} = 2\theta(r)$, $\frac{L(r)}{Nr} = 2\Omega$ (l'origine des azimuths est l'axe de symétrie du shim)

Donc :

$$\theta(r) = \Omega \cdot \frac{h-t}{t} \left[\left(1 + \frac{t}{h-t} \cdot \frac{\theta(r_o)}{\Omega} \right) \cdot \frac{1+\beta\frac{\Delta r^2}{r_o^2} + \gamma\frac{\Delta r^3}{r_o^3}}{1+a\frac{\Delta r}{r_o}+b\frac{\Delta r^2}{r_o^2}} - 1 \right]$$

ou :

$$\theta(r) - \theta(r_o) = \left[\Omega \frac{h-t}{t} + \theta(r_o) \right] \left[\frac{1+\beta\frac{\Delta r^2}{r_o^2} + \gamma\frac{\Delta r^3}{r_o^3}}{1+a\frac{\Delta r}{r_o}+b\frac{\Delta r^2}{r_o^2}} - 1 \right] \qquad (6)$$

Cette équation peut encore être exprimée en coordonnées cartésiennes :

Dans le système d'axes OX, OY , nous avons :

$X = r \sin [\theta(r) - \theta(r_o)]$

$Y = r \cos [\theta(r) - \theta(r_o)] - r_o$

que l'on peut calculer à l'aide de la formule (6)

II - DETERMINATION DE LA PENTE ET DU RAYON DE COURBURE DU SHIM SUR LE RAYON CENTRAL

Cherchons les expressions de la pente et du rayon de courbure à l'origine.

La pente par rapport à l'axe OY s'obtient par la limite $\frac{X}{Y}$ quand $r \to r_o$ et $\theta(r) \to \theta(r_o)$

Autour de l'origine donc : $X \simeq r \quad (\theta - \theta_o)$,

$$Y \simeq r - r_o$$

$$\frac{X}{Y} \simeq \frac{-(r_o + \Delta r)}{r - r_o} \cdot a \cdot \left(\Omega \frac{h - t}{t} + \theta(r_o)\right) \frac{\Delta r}{r_o}$$

La pente à l'origine est donc égale à :

$$- a \times \left[\Omega \frac{h - t}{t} + \theta(r_o)\right] \qquad (7)$$

On constate donc, que si le champ mesuré en l'absence de shims ne possède pas d'indice au premier ordre, le shim est tangent à l'axe Y sur le rayon central r_o .

Supposons donc a = o et calculons son rayon de courbure en ce point par la limite $Y^2 / 2X$:

$$\frac{Y^2}{2X} \simeq \frac{\Delta r^2}{2(r_o + \Delta r)} \times \frac{1}{\theta - \theta_o}$$

La limite est donc :

$$\frac{r_o}{2\left[\Omega \frac{(h-t)}{t} + \theta(r_o)\right]} \times \frac{1}{\beta - b} \qquad (8)$$

Faisons une application dans le cas du spectromètre :

La zone de champ constant peut être prise égale à 90°. Nous avons les données suivantes : $\Omega = 11.25°$ $h = 75$ mm. L'épaisseur de la paire de shims a été choisie égale à 3.2 mm et la largeur totale d'un shim sur le rayon central à 440 mm soit $\theta(r_o) = 7.44°$. L'indice au deuxième ordre que nous voulons réaliser est de - 1. Nous supposons un champ initial parfaitement uniforme.

L'application de (8) entraine que le rayon de courbure des shims est de - 18.7 cm (ce qui indique que les shims sont convexes). Une méthode des moindres carrés sur l'expression (5) nous avait conduit à une pente de 7.5° par rapport à l'axe du shim et à un rayon de 19 cm.

Nous pouvons tenir compte d'un terme du troisième ordre dans l'équation cartésienne du shim provenant de l'indice du troisième ordre γ à réaliser.

La mise en place de ces shims dans la zone de champ constant permet l'identité entre un aimant à champ abrupt d'indice au deuxième ordre β et l'aimant réel.

En effet :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B\,ds = \int_{\text{Entrée}} B\,ds + \int_{\substack{\text{champ} \\ \text{constant}}} B\,ds + \int_{\text{sortie}} B\,ds \qquad (9)$$

Posons dans le champ constant $B = B_o \times f(\Delta r)$

Posons dans le champ d'entrée $B = B_o \times f(\Delta r) \times g(s)$

Posons dans le champ sortie $B = B_o \times f(\Delta r) \times h(s)$

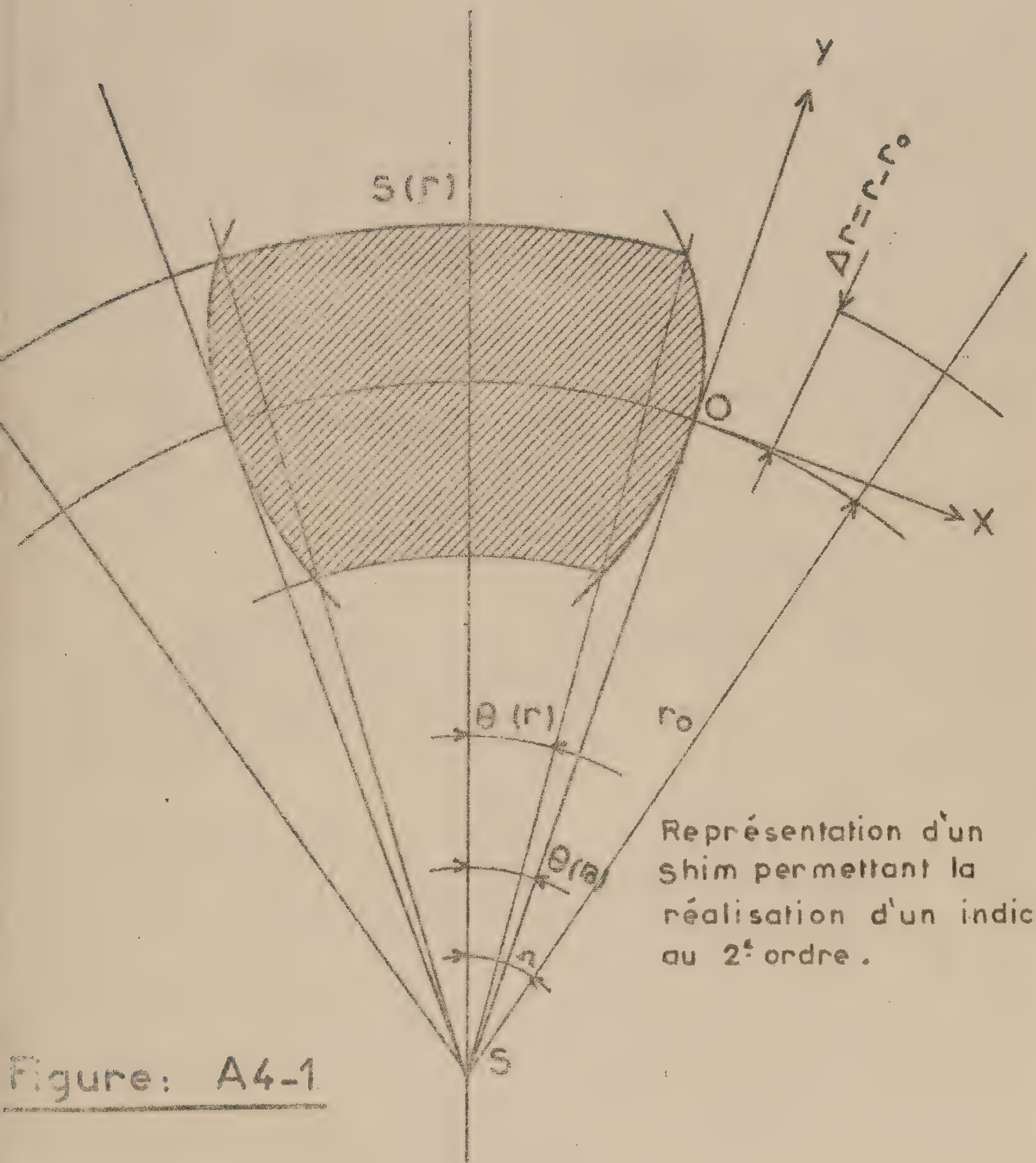
La fonction f caractérise la répartition radiale du champ dans la zone centrale. Les fonctions g et h expriment les lois de décroissance du champ à l'entrée et à la sortie. Posons d'autre part (figure A4-2).

$$\int_{-\infty}^{\alpha} g(s)\,ds = Z_1 \quad , \qquad \int_{\beta}^{\infty} h(s)\,ds = Z_2$$

Les quantités Z_1 et Z_2 caractérisent la position des surfaces virtuelles entrée et sortie par rapport aux azimuths respectifs α et β. L'expression (9) devient :

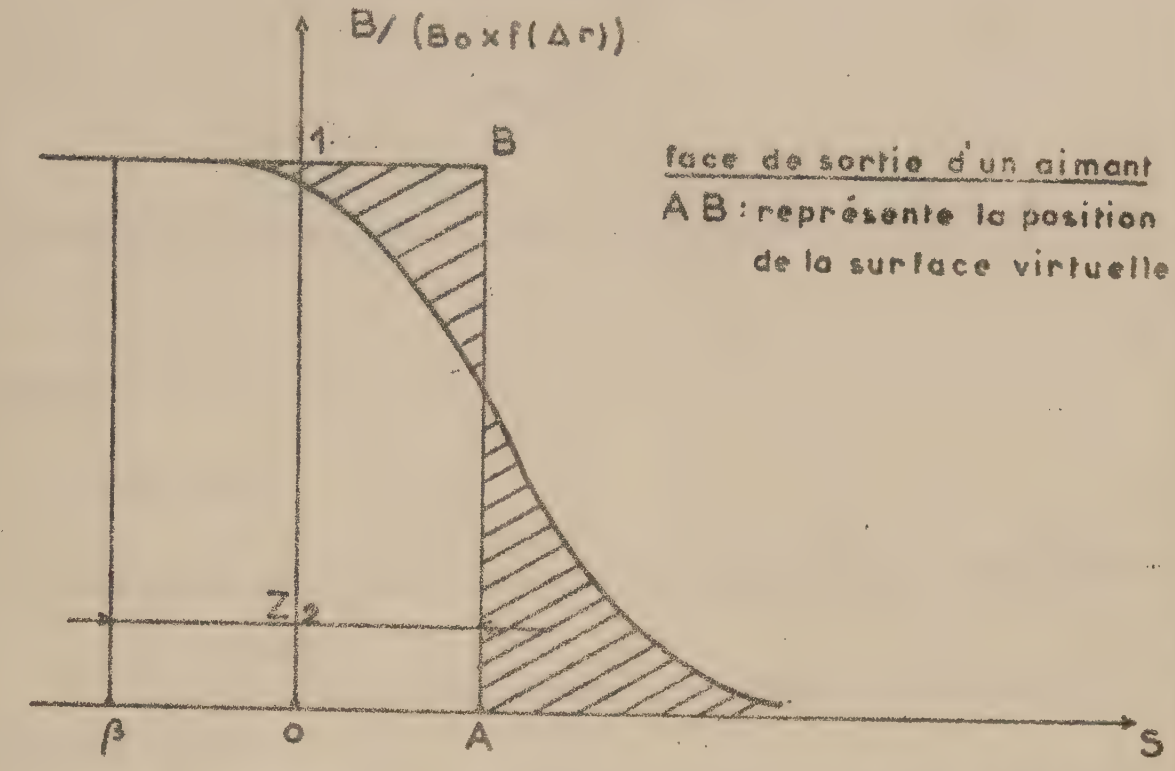
$$\int_{-\infty}^{+\infty} B\,ds = B_o \times f(\Delta r) \left[Z_1 + Z_{(\beta)} - Z_{(\alpha)} + Z_2 \right]$$

La quantité entre crochets est justement la longueur de l'aimant équivalent, muni d'une loi radiale $f(\Delta r)$.



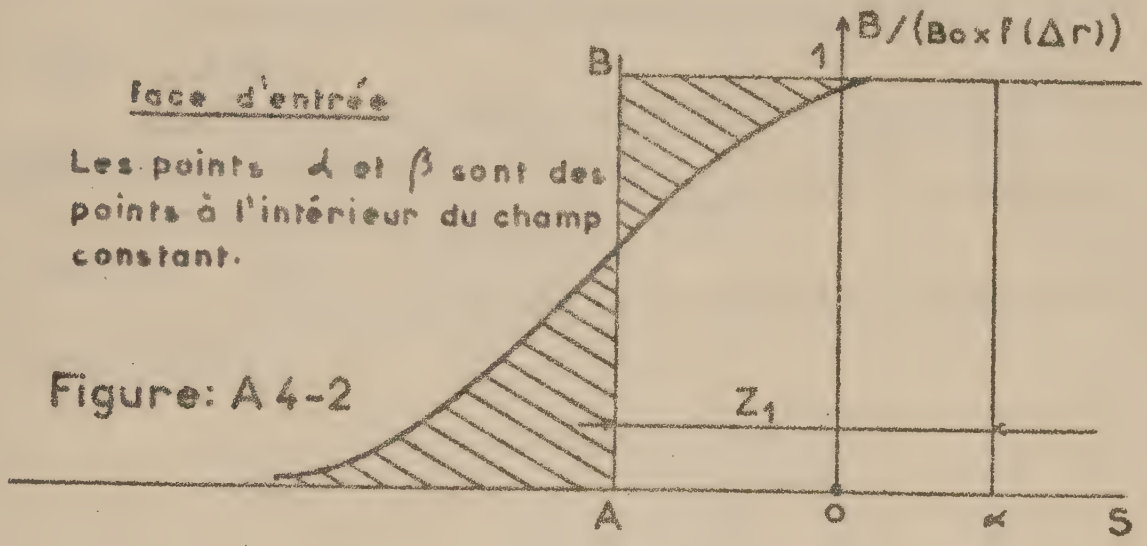
Représentation d'un shim permettant la réalisation d'un indice au 2ᵉ ordre.

Figure: A4-1



face de sortie d'un aimant

A B : représente la position de la surface virtuelle



face d'entrée

Les points α et β sont des points à l'intérieur du champ constant.

Figure: A 4-2

A N N E X E V

- Formulation permettant de réaliser les différentes compensations à la cible

SOMMAIRE

I - Introduction

II - Les relations générales ayant trait à l'élargissement cinématique

1 - Rappels

2 - Variation de l'énergie de la particule (4) quand le Q de la réaction varie

3 - Variation de l'énergie de la particule (4) quand l'énergie de la particule (1) varie

4 - Variation du l'énergie de la particule (4) en fonction de la convergence du faisceau sur la cible

5 - Variation de l'énergie de la particule (4) en fonction de l'angle d'acceptance horizontal du spectromètre

6 - Variation de l'énergie de la particule (4) en fonction de l'épaisseur de la cible.

-+-+-+-+-+-+-

I - INTRODUCTION

Dans les réactions nucléaires, l'énergie des particules diffusées dépend de l'angle sous lequel elles sont émises. En conséquence la résolution en moment d'une voie spectrométrique peut être dégradée par ce phénomène, proportionnellement à l'angle solide admis. Nous nous proposons de rappeler les principales formules concernant cet effet Doppler, les méthodes de correction envisagées étant exposées dans le chapitre (I).

II - RELATIONS GENERALES AYANT TRAIT A L'ELARGISSEMENT CINEMATIQUE

Nous rappelons les principales relations de cinématique relativiste à deux corps puis examinons les différents facteurs entrainant une variation de l'énergie des particules issues de la cible.

1 - Rappels

Soient p, m, T les moments, masse, énergie cinétique d'une particule quelconque. La conservation de l'énergie et du moment permet d'écrire la relation fondamentale : (figure A5-1).

$$T_4(m_4 + M_3) - 2(m_1\ T_1\ m_4\ T_4)^{1/2} \cos\theta_2 + T_1\ (m_1 - m_3) = m_3\ Q$$

(m_1 , T_1 correspondent à la particule incidente, m_4 T_4 à la particule observée, θ_2 est son angle d'émission, m_3 est la masse de la particule non détectée) avec les relations classiques :

$$Q = m_1 + m_2 - m_3 - m_4 = T_3 + T_4 - T_1$$

$$T_i^2 + 2T_i\ m_{io}\ c^2 = p_i^2\ c^2$$

$$W_i^2 = m_{io}^2\ c^4 + p_i^2\ c^2$$

(W_i est l'énergie totale égale à $T_i + m_{io}\ c^2$)

2 - Variation de l'énergie de la particule 4 quand le Q de la réaction varie :

Par différentiation nous arrivons aux expressions suivantes :

$$dT_4 = \frac{m_3 c^2}{W_3} \cdot \frac{1}{1 + \frac{W_4}{W_3}\left(1 - \frac{P_1}{P_4}\cos\theta_2\right)} \cdot dQ \qquad (1)$$

$$dP_4 = \frac{W_4}{P_4 c^2}\, dT_4$$

3 - Variation de l'énergie de la particule 4 quand l'énergie de la particule 1 (incidente) varie :

$$dT_4 = \frac{1 - \frac{W_1}{W_3}\left(1 - \frac{P_1}{P_1}\cos\theta_2\right)}{1 + \frac{W_4}{W_3}\left(1 - \frac{P_1}{P_4}\cos\theta_2\right)}\, dT_1 \qquad (2)$$

$$dP_4 = \frac{P_1}{W_1} \cdot \frac{W_4}{P_4} \cdot \frac{dT_4}{dT_1} \cdot dP_1$$

Mais une variation de l'énergie du faisceau incident sur la cible s'accompagne d'une extension horizontale du faisceau donc d'une variation de l'angle d'observation θ_2 en fonction du point considéré sur la cible (figure A5-2). Les effets sont liés et nous devons ajouter au terme précédent un terme correctif [11].

L'angle d'observation θ_2 est maintenant une variable.

$$dT_4 = \frac{\left[1 - \frac{W_1}{W_2}\left(1 - \frac{P_2}{P_1}\cos\theta_2\right)\right] dT_1}{1 + \frac{W_4}{W_3}\left(1 - \frac{P_1}{P_4}\cos\theta_2\right)} - \frac{P_1 P_4 c^2 \sin\theta_2}{1 + \frac{W_4}{W_3}\left(1 - \frac{P_1}{P_4}\cos\theta_2\right)} \cdot \frac{d\theta_2}{W_3}$$

il reste à exprimer d θ_2 en fonction de d p_1 ou d T_1 .

Dans le système, tel que nous l'avons conçu le dipôle est précédé d'un quadrupôle divergent. Il faut donc rechercher le point, qui a pour image, à travers le quadrupôle, le centre de l'ouverture horizontale du spectromètre. Soit H ce point et posons AH = L. Si R_{16} est le terme de dispersion au niveau de la cible AB = $R_{16} \cdot \frac{dp_1}{p_1}$. Donc :

$$d\theta_2 = \frac{R_{16} \cdot \cos\alpha}{L \cos\beta} \frac{dp_1}{p_1}$$

(les angles α et β caractérisent l'inclinaison de la cible)

Nous obtenons finalement :

$$dT_4 = \frac{1 - \frac{W_1}{W_3}\left(1 - \frac{P_4}{P_1}\cos\theta_2\right)}{1 + \frac{W_4}{W_3}\left(1 - \frac{P_1}{P_4}\cos\theta_2\right)} dT_1 + \frac{P_4 \sin\theta_2 \frac{W_1}{W_3} R_{16} \cos\alpha}{\left[1 + \frac{W_4}{W_3}\left(1 - \frac{P_1}{P_4}\cos\theta_2\right) L \cos\beta\right] P_1} \cdot \frac{dT_1}{P_1} \quad (3)$$

Nous constatons en effet que pour une augmentation de l'énergie incidente ($dp_1 > o$), on a une augmentation de l'angle d'observation, donc une diminution d'énergie complémentaire car dans la figure A5-2, θ_2 est négatif.

4 - Variation de l'énergie de la particule 4 en fonction de la convergence du faisceau sur la cible (figure A5-3)

On obtient :

$$dT_4 = \frac{p_1 p_4 c^2}{W_3} \cdot \frac{\sin\theta_2 \; \alpha_1}{1 + \frac{W_4}{W_3}\left(1 - \frac{p_1}{p_4}\cos\theta_2\right)} \qquad (4)$$

$$dp_4 = \frac{p_1}{W_3} \cdot \frac{W_4 \sin\theta_2 \; \alpha_1}{1 + \frac{W_4}{W_3}\left(1 - \frac{p_1}{p_4}\cos\theta_2\right)}$$

(θ_2 est compté négativement).

5 - Variation de l'énergie de la particule (4) en fonction de l'angle d'acceptance horizontale du spectromètre

Reportons nous à la figure A5-4 : Soit H le point qui sert d'objet pour la définition de l'angle solide de la voie spectrométrique.

Nous obtenons de la même façon que précédemment :

$$dT_4 = -\frac{1}{W_3} \cdot \frac{P_1 P_4 c^2 \sin\theta_2}{1 + \frac{W_4}{W_3}\left(1 - \frac{P_1}{P_4}\cos\theta_2\right)}\,\alpha_2 \qquad (5)$$

$$dp_4 = -\frac{W_4}{W_3} \cdot \frac{P_1 \sin\theta_2}{1 + \frac{W_4}{W_3}\left(1 - \frac{P_1}{P_4}\cos\theta_2\right)}\,\alpha_2$$

(θ_2 est compté négativement, α_2 représentant la demi ouverture du spectromètre est compté positivement).

Mais la variation de l'énergie du faisceau incident sur la cible provoque une augmentation de l'étendue horizontale du faisceau au niveau de la cible donc une variation possible de l'acceptance angulaire en fonction du point cible considéré. Tous calculs faits, l'angle solide Ω s'exprime sous la forme suivante :

$$\Omega = \mathrm{Arctg}\left[\frac{2\alpha_2 \cos\Delta\theta \cos\alpha_2}{\cos(\alpha_2 + \Delta\theta)} \cdot \frac{1}{\frac{\cos^2\alpha_2}{\cos^2(\alpha_2+\Delta\theta)} - \alpha_2^2}\right]$$

Au deuxième ordre près, nous pouvons donc considérer l'expression (5) comme valable.

6 - <u>Variation de l'énergie de la particule (4) en fonction de l'épaisseur de la cible (figure A5-5)</u> [9]

Soient t l'épaisseur de la cible, y la distance au bord de la cible du point où a lieu la réaction. L'énergie de la particule (4) varie du fait :

- de la variation de l'énergie de la particule incidente due à l'épaisseur traversée y/cos β.

- du fait de la propre variation de l'énergie de la particule diffusée à cause de l'épaisseur traversée (t - y)/cos α.

Nous avons donc :

$$dT_4 = \frac{1 - \frac{W_1}{W_3}\left(1 - \frac{P_4}{P_1}\cos\theta_2\right)}{1 + \frac{W_4}{W_3}\left(1 - \frac{P_1}{P_4}\cos\theta_2\right)}\, dT_1 - \left(\frac{\partial T_4}{\partial x}\right)\cdot \frac{t-y}{\cos\alpha}$$

$$dT_1 = \frac{-\partial T_1}{\partial x}\cdot \frac{y}{\cos\beta}$$

ou :

$$dT_4 = -\frac{\partial T_4}{\partial x}\cdot\frac{t}{\cos\alpha} + y\left[\frac{\frac{\partial T_4}{\partial x}}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\beta}\cdot\frac{1 - \frac{W_1}{W_3}\left(1 - \frac{P_4}{P_1}\cos\theta_2\right)}{\left[1 + \frac{W_4}{W_3}\left(1 - \frac{P_1}{P_4}\cos\theta_2\right)\right]}\cdot\frac{\partial T_1}{\partial x}\right] \quad (6)$$

avec :

$$dp_4 = \frac{W_4}{p_{4c}{}^2}\, dT_4$$

Nous voyons que dans certains cas pour des particules de même charge par exemple, le choix de l'inclinaison de la cible permet de rendre la perte d'énergie de la particule (4) indépendante de y :

Si :

$$\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} = \frac{1 - \frac{W_1}{W_3}\left(1 - \frac{P_4}{P_1}\cos\theta_2\right)}{1 + \frac{W_4}{W_3}\left(1 - \frac{P_1}{P_4}\cos\theta_2\right)} \cdot \frac{\partial T_1}{\partial x} \cdot \left(\frac{\partial T_4}{\partial z}\right)^{-1} \qquad (7)$$

alors :

$$dT_4 = - \frac{\partial T_4}{\partial x} \frac{t}{\cos\alpha}$$

(c'est ce que l'on peut appeler l'épaisseur de la cible pour le faisceau diffusé).

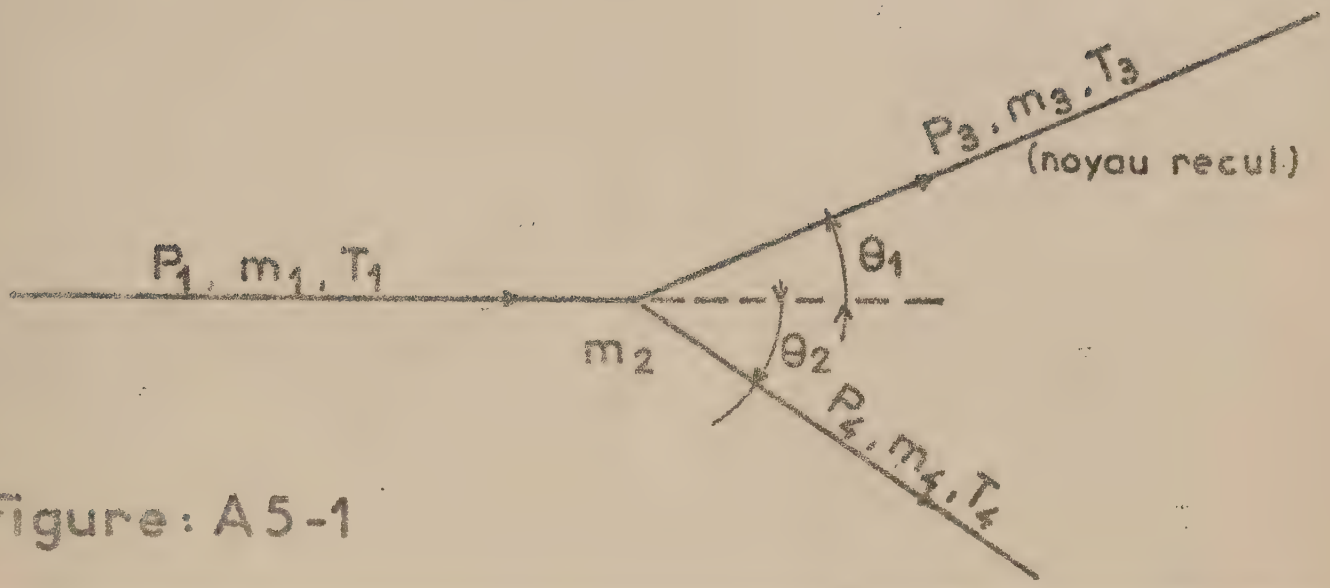


Figure: A 5-1

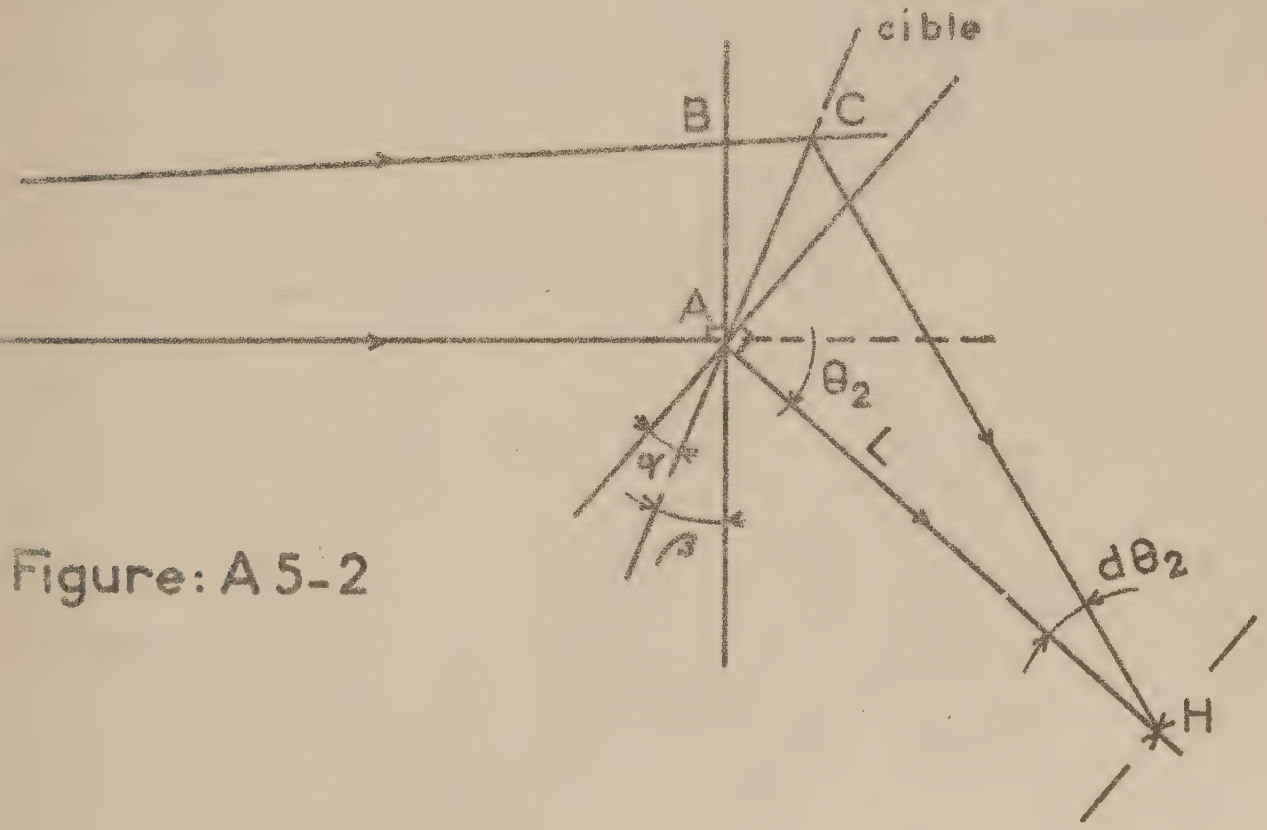


Figure: A 5-2

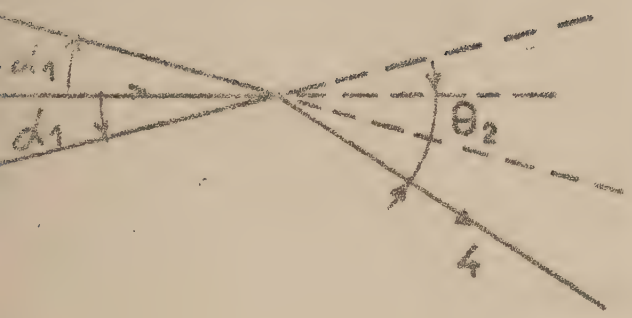


Figure : A5.3

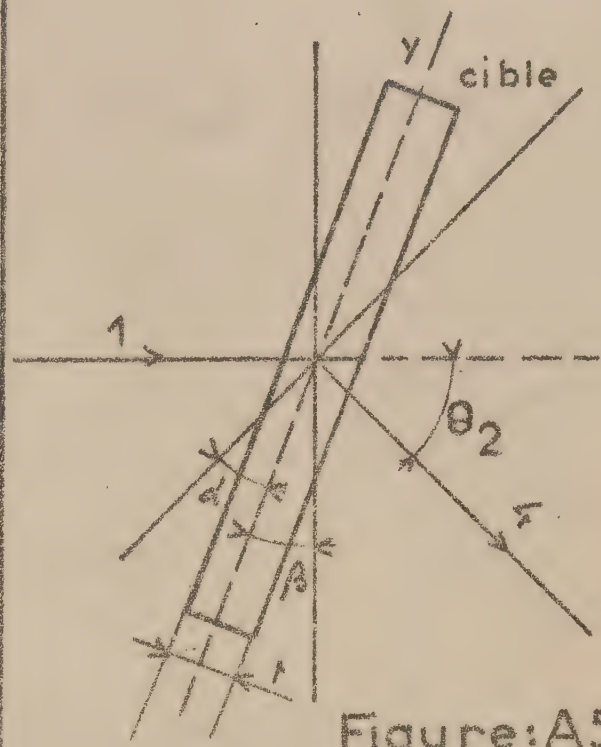


Figure : A5.5

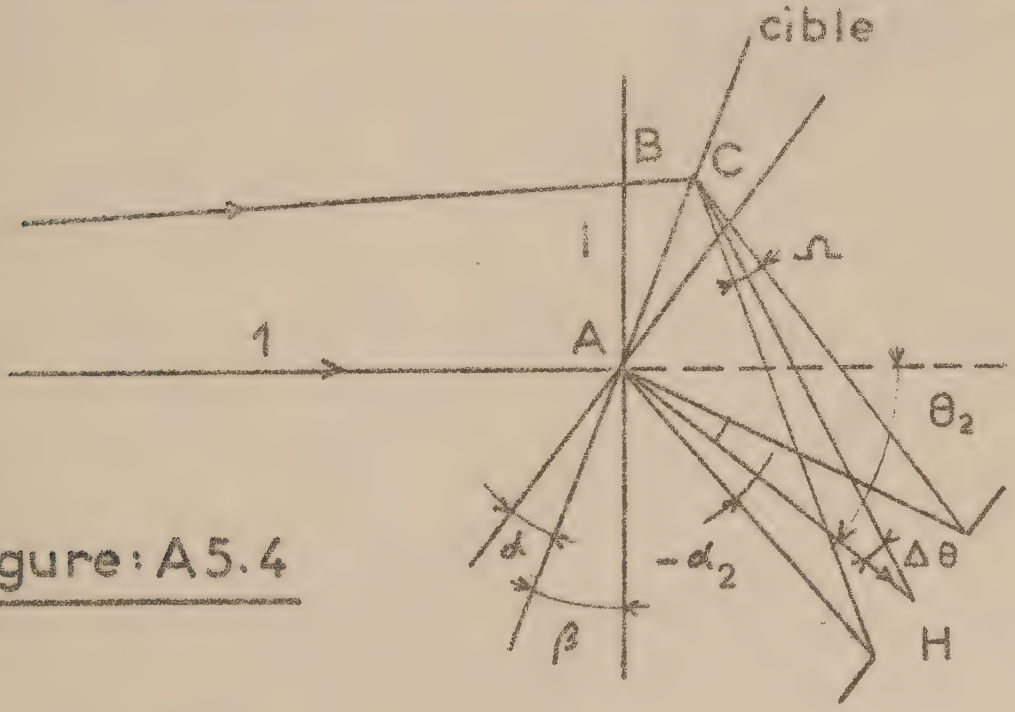


Figure : A5.4

Dernière page d'une thèse

VU

Grenoble, le 20 février 1973

Le Président de la thèse

VU, et permis d'imprimer,

Grenoble, le

Le Président de l'Université
Scientifique et Médicale